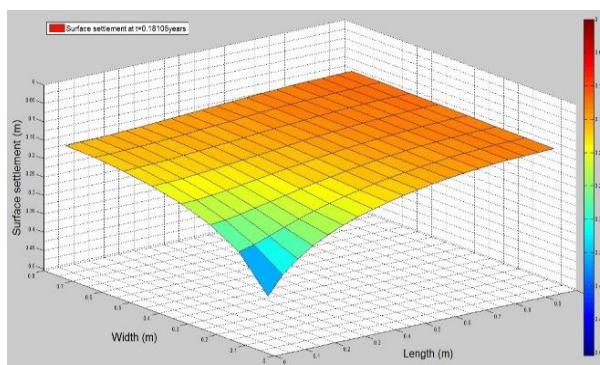
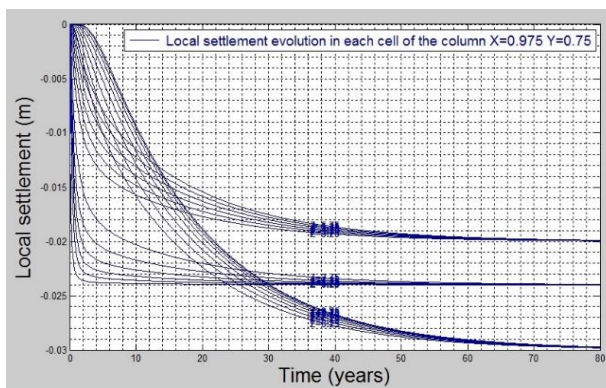




Escuela Técnica
Superior
de Ingenierías de
Caminos y Puentes
y de Ingeniería
de Minas

SICOMED_3D

SIMULACIÓN Y DISEÑO DE PROBLEMAS DE CONSOLIDACIÓN DE SUELOS CON MECHAS DRENANTES



Universidad
Politécnica
de Cartagena

Gonzalo García
Iván Alhama

SICOMED_3D

**SIMULACIÓN Y DISEÑO DE PROBLEMAS DE
CONSOLIDACIÓN DE SUELOS CON MECHAS
DRENANTES**

Gonzalo García Ros
Iván Alhama Manteca

Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos y de Ingeniería de Minas

© 2017, Gonzalo García Ros, Iván Alhama Manteca.
© 2017, Universidad Politécnica de Cartagena.



CRAI Biblioteca
Plaza del Hospital, 1
30202 Cartagena
968325908
ediciones@upct.es

Primera edición, 2017

ISBN: 978-84-16325-39-9

© Imagen de la cubierta: elaboración del autor

© De las imágenes e ilustraciones, sus autores



Esta obra está bajo una licencia de Reconocimiento-NO comercial-Sin Obra Derivada (by-nc-nd): no se permite el uso comercial de la obra original ni la generación de obras derivadas. <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Prólogo

El programa SICOMED_3D es fruto de las investigaciones llevadas a cabo por el grupo de Simulación por Redes de la UPCT en relación con los problemas de consolidación lineal de suelos dentro del campo de la Geotecnia. La necesidad de crear una herramienta virtual que permitiera al alumno introducirse en los conceptos involucrados en esta disciplina orientó las investigaciones del grupo hacia la creación de sendos programas de cálculo numérico, uno asociado a problemas lineales que incluye el trabajo con drenes y mechas drenantes, y otro relacionado con la consolidación no lineal.

SICOMED_3D se ha desarrollado incorporando las cualidades propias de un programa moderno: código libre de computación numérica, entorno ameno de ventanas para comunicación con el usuario, posibilidad de acceso al diseño y modificación de los modelos en red, potente entorno gráfico de salida, etc. Además, fruto de las líneas de investigación del propio grupo ha sido posible usar el programa como herramienta de investigación en la caracterización de estos escenarios de consolidación en suelos 3-D de geometría rectangular, multicapa, con propiedades anisótropas y con la existencia de mechas parcial o totalmente penetrantes. En suma, consideramos que el programa supone una herramienta muy rentable tanto en los campos didáctico y profesional, como en el campo de la investigación.

Este texto, que se incorpora como ayuda en el propio programa, no se ciñe a un manual de uso clásico. Su organización en tres capítulos, i) fundamentos y diseño de modelos en red, ii) funcionamiento del programa y, iii) aplicaciones docentes y de investigación, permite al lector ir directamente al punto de interés. Los conceptos asociados a la caracterización de estos problemas de consolidación, más conectados con la docencia en master e incluso en seminarios de investigación, se explican en detalle en el primer capítulo, aportando referencias detalladas para profundizar en este conocimiento.

Agradecemos al profesor J.F. Sánchez Pérez su colaboración en muchas de las dificultades surgidas con el uso del código NgSpice y con el desarrollo del entorno de comunicación y salidas de datos. También, al profesor F. Alhama por sus numerosas recomendaciones y aclaraciones en relación con la aplicación del programa a los problemas de caracterización y construcción de soluciones universales. Con todo, nuestro principal objetivo es que SICOMED_3D sea una herramienta útil a nuestros alumnos, les facilite la comprensión de esta materia y su correcta aplicación como futuros profesionales.

Los autores

Índice

Capítulo 1. Fundamentos teóricos de consolidación. Modelos en red	1
1.1. Introducción	1
1.2. Consolidación lineal	1
1.2.1. La ecuación de consolidación	2
Geometría rectangular 1-D	2
Geometrías rectangulares 2-D y 3-D	9
Condiciones de contorno	10
1.2.2. Consolidación con mechas drenantes	10
1.3. Los métodos y códigos usados en SICOMED_3D	12
1.3.1. El método de simulación por redes	12
Elementos pasivos: resistencias y condensadores	13
Elementos activos: fuentes	14
El método de simulación por redes como método numérico	15
1.3.2. Programación con MATLAB	17
1.3.3. El programa NGSPICE	17
1.4. Modelos en red	19
1.4.1. Proceso de creación del modelo en red. Generalidades	19
1.4.2. Modelos de consolidación rectangular 1-D, 2-D y 3-D	21
Modelo 1-D	21
Modelo 2-D	24
Modelo 3-D	27
1.4.3. Estructura genérica de los archivos texto de los modelos	29
1.5. Post-procesado de datos y obtención de resultados	32
1.6. Caracterización de escenarios con mechas. Curvas universales	33
1.6.1. El objetivo de la caracterización. La técnica de adimensionalización	33
Los grupos adimensionales	33
1.6.2. El tiempo característico en consolidación	35
1.6.3. Los grupos en escenarios rectangulares multicapa con mechas	38
parcialmente penetrantes	38
1.6.4. Pasos de la adimensionalización discriminada	39
Capítulo 2. Funcionamiento de SICOMED_3D.	
2.1. Estructura del programa SICOMED_3D	41
2.2. Creación de archivos de modelos	43
2.2.1. Presentación del programa	43
2.2.2. Introducción de datos	44

Primera pantalla de introducción de datos	44
Segunda pantalla de introducción de datos	46
Tercera pantalla de introducción de datos	53
2.2.3. Criterios para la simulación con NgSpise	54
Número de celdas (reticulación)	55
Tiempo inicial y final de la simulación	55
Número de iteraciones	56
Tolerancia relativa (RELTOL)	56
2.3. Estructura del archivo de texto de SICOMED_3D	56
2.4. Pantallas de presentación de resultados	59
Exceso de presión intersticial en una columna de suelo	60
Exceso de presión intersticial en un punto del suelo	61
Grado de consolidación promedio	62
Asientos locales en una columna de suelo	63
Asiento superficial en una columna de suelo	65
Animación de asientos superficiales	66
Capítulo 3. Aplicaciones docentes y de investigación	69
3.1. Aplicaciones docentes	69
Primera aplicación: Escenarios 3-D con dos capas y mecha totalmente penetrante	69
Segunda aplicación: Escenario 3-D con mechas drenantes parcialmente penetrantes	81
Tercera aplicación: Escenario 3-D con mechas drenantes. Estudio para espaciamiento y profundidad de penetración óptimas	90
3.2. Aplicaciones de investigación	98
Primera aplicación: Escenarios 1-D en geometría rectangular y en suelos de dos capas. Curvas universales	98
Modelo matemático	99
Simulaciones. Ábacos para el tiempo característico y el grado medio de consolidación	100
Segunda aplicación: Escenarios 2-D en geometría rectangular y en suelos anisótropos. Curvas universales	111
El tiempo característico	114
Tercera aplicación: Escenarios 3-D rectangulares con mechas drenantes verticales. Curvas universales	118
Grupos discriminados frente a grupos clásicos	127
Referencias	129

Capítulo 1

Fundamentos teóricos de consolidación. Modelos en red

1.1. Introducción

Este capítulo se separa en cuatro secciones presentándose, en primer lugar, las bases teóricas del proceso de consolidación lineal de suelos, en sus diferentes geometrías, aplicado a escenarios con o sin mechas drenantes bajo las condiciones de contorno usuales en geotecnia. En segundo lugar, se presentan los fundamentos del método de simulación por redes como técnica de simulación numérica precisa, aplicando sus reglas al diseño de modelos para consolidación lineal de suelos arcillosos en geometrías 1-D, 2-D y 3-D con las condiciones de contorno habituales. Los fundamentos de programación en Matlab que han servido para desarrollar los códigos implementados dentro del programa SICOMED_3D (Programa de simulación de consolidación con mechas drenantes [2017]) se presentan en la tercera parte de este capítulo. El trabajo previo de programación se extiende a: i) el lenguaje de programación para la elaboración de los archivos de texto de los modelos en red de cada problema, ii) programación del entorno de pantallas para la comunicación con el usuario, y iii) programación de rutinas para la representación gráfica de los resultados. La última sección se dedica a una breve presentación del código libre de simulación de circuitos eléctricos NgSpice [2016] con el que se han obtenido las soluciones numéricas de SICOMED_3D.

1.2. Consolidación lineal

En suelos aturados poco permeables, principalmente arcillosos, al aplicar cargas en su superficie se produce, de forma inmediata, un exceso de presión intersticial del agua que ocupa los poros o

intersticios. Como este fluido no puede resistir esfuerzos cortantes, el exceso de presión se elimina mediante un flujo de agua hacia el exterior. La permeabilidad del suelo es la propiedad responsable de que este flujo se produzca en mayor o menor tiempo. A medida que se elimina agua del sistema tiene lugar una reducción de volumen de poros, lo que supone una pérdida de volumen del suelo.

Por otra parte, conforme disminuye la presión intersticial, aumenta el esfuerzo efectivo que soporta el esqueleto del suelo y, por tanto, la resistencia al corte, propiedad indicativa de cuánto esfuerzo es capaz de soportar el suelo sin colapsar (conservando su estabilidad). El proceso de disipación del exceso inicial de presión intersticial es lo que se conoce como consolidación, y su estudio debe responder a dos cuestiones: cuánto se deforma el suelo y en cuánto tiempo.

La consolidación unidimensional, basada principalmente en la teoría lineal de Terzaghi [1923], asume que el flujo de agua sólo tiene lugar en sentido vertical. Para que se dé esta circunstancia el espesor del estrato de suelo que consolida debe ser pequeño en relación con la superficie de apoyo de la carga, de forma que, en sentido estricto, cuando cambia la tensión total en superficie por aplicación de una carga todos los puntos del estrato arcilloso experimentan igual incremento instantáneo de presión intersticial. Estas condiciones se reproducen en el ensayo edométrico, donde el confinamiento lateral de la muestra en la célula edométrica impide que haya flujo de agua y desplazamiento de las partículas de suelo en sentido horizontal.

Es numerosa la bibliografía que describe la teoría de consolidación de suelos por lo que reseñaremos cronológicamente algunos de los textos a nuestro modo de ver fundamentales: Biot [1941], Terzaghi [1943], Taylor [1948], Scott [1963], Lambe y Withman [1979], Berry y Reid [1987], Terzaghi y col. [1996], Juárez-Badillo y Rico [2001] y Sagasetta y col. [2007].

1.2.1. La ecuación de consolidación

Geometría rectangular 1-D

La Figura 1.1 muestra el esquema físico de la consolidación lineal, 1-D rectangular. En un suelo de arcilla saturada de espesor H se considera un elemento de volumen de espesor dz . El origen de coordenadas se sitúa en la cota inferior del suelo, que se asume impermeable ($z=0$), mientras que la cota superior ($z=H$) mantiene una presión constante (presión atmosférica) tras la aplicación de la carga. Bajo estas condiciones, en cualquier elemento de volumen (o celda) del dominio, el agua entra por su frontera inferior (procedente de la celda adyacente, de mayor presión, situada bajo el elemento) y sale por la superior. Dado que el contenido de agua de cada elemento disminuye progresivamente, la cantidad de agua saliente del mismo es siempre mayor que la cantidad entrante durante el proceso de carga del suelo, que llamamos de consolidación primaria. Se asume una sección transversal A constante en el dominio de la Figura 1.1.

Llamando V_v , V_s y V_t a los volúmenes de vacíos, sólidos y total (vacíos + sólidos), respectivamente, y a partir de la definición del índice de poros

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (1)$$

se obtiene

$$V_v = e V_s = \frac{e}{\frac{V_t}{V_s}} V_t = \frac{e}{1+e} (dz)A \quad (2)$$

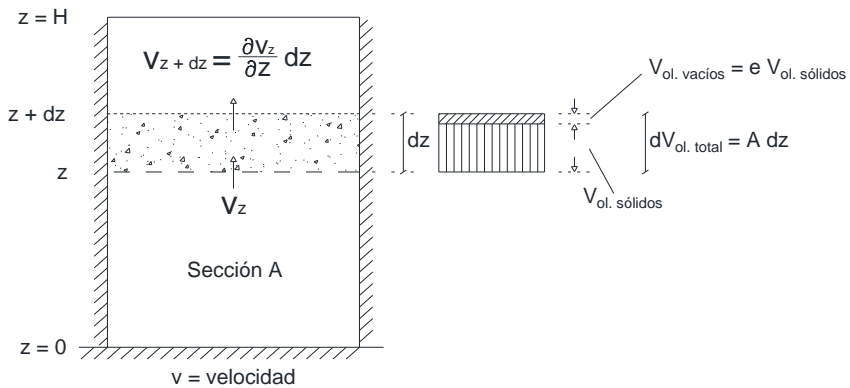


Figura 1.1 Geometría del proceso de consolidación 1D

La ecuación diferencial de la consolidación unidimensional en geometría rectangular se plantea bajo las siguientes hipótesis:

- el suelo se encuentra completamente saturado (los intersticios entre partículas están llenos de agua),
- las partículas de suelo y el propio fluido se asumen incompresibles,
- el suelo está lateralmente confinado y el drenaje tiene lugar sólo en sentido vertical,
- el exceso de presión intersticial está causado por la aplicación de la carga externa, generalmente constante en el tiempo,
- para el movimiento del fluido en el medio poroso se asume la ley de Darcy,
- se ignora la influencia de los pesos del agua y del suelo en el proceso,
- el esqueleto del suelo no fluye bajo la acción de un esfuerzo efectivo constante, y
- los incrementos de carga sólo producen pequeños desplazamientos por lo que el volumen total del suelo se considera globalmente constante ('1+e' = constante).

Teniendo en cuenta lo anterior, la ecuación de consolidación se obtiene de igualar el cambio temporal del volumen de agua (V_w) en un elemento de suelo con el cambio temporal del volumen de vacíos en dicho elemento. Este balance, junto con la ecuación constitutiva que relaciona las variables flujo y gradiente de presión (ley de Darcy), y con las expresiones de carácter empírico que relacionan los parámetros del problema con la variable dependiente (el exceso de presión intersticial, u , o la presión

efectiva, σ'), permiten deducir la ecuación de consolidación en el caso general (procesos lineales o no lineales, los últimos no recogidos en SICOMED_3D), expresada en términos de las variables independientes posición y tiempo. En los casos lineales, dicha ecuación tiene solución analítica o semi-analítica en forma de series de funciones matemáticas de convergencia más o menos lenta, para todas las geometrías, mientras que para los casos no lineales, en general, se precisa la utilización de herramientas de cálculo numérico. En síntesis, llamando

\dot{Q}_{agua} : cambio del volumen de agua en el elemento de volumen $A \cdot (dz)$

$\dot{Q}_{\text{vacíos}}$: cambio del volumen de vacíos en el elemento de volumen $A \cdot (dz)$

tenemos, con v_z la velocidad del agua en la dirección vertical z

$$\dot{Q}_{\text{agua}} = \frac{dV_w}{dt} = Av_z - A \left(v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \right) = -A \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \quad (3)$$

y usando la expresión (2)

$$\dot{Q}_{\text{vacíos}} = \frac{dV_v}{dt} = A(dz) \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{e}{1+e} \right) \quad (4)$$

Igualando ambas expresiones, (3) y (4), obtenemos

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{e}{1+e} \right) \quad (5)$$

Ésta es la ecuación que formula en cualquier elemento de volumen la igualdad entre el cambio temporal del contenido de agua y el cambio temporal del volumen de vacíos. Usando la ley de Darcy

$$v_z = - \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (6)$$

donde u es la presión intersticial, k la conductividad hidráulica y γ_w el peso específico del agua, la expresión (5) se escribe finalmente en la forma

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{e}{1+e} \right) \cong \frac{1}{1+e} \left(\frac{\partial e}{\partial t} \right) \quad (7a)$$

o bien, si no asumimos la hipótesis de '1+e' constante,

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{e}{1+e} \right) = \frac{1}{(1+e)^2} \left(\frac{\partial e}{\partial t} \right) \quad (8)$$

donde k y e son, en general, parámetros dependientes de la tensión efectiva (σ'), a través de las llamadas ecuaciones constitutivas del medio; esta magnitud, a su vez, está vinculada al exceso de

presión intersticial. Todo ello permite expresar (7a) mediante la única variable dependiente, u . Terzaghi y col. [1996] simplifican la expresión (7a) reduciéndola a la forma

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{1}{1+e_0} \left(\frac{\partial e}{\partial t} \right) \quad (7b)$$

Para expresar esta ecuación en función del exceso de presión intersticial y reducir la ecuación anterior a la de Terzaghi hay que hacer uso de nuevas hipótesis. En primer lugar, de la relación de presiones de Terzaghi en la prueba edométrica, $\sigma = \sigma' + u$, donde σ es la tensión total del suelo y σ' la tensión efectiva. Dado que σ es constante durante el proceso de consolidación, se deduce la relación

$$\frac{\partial \sigma'}{\partial t} = - \frac{\partial u}{\partial t} \quad (9)$$

lo que permite escribir

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial e}{\partial \sigma'} \frac{\partial \sigma'}{\partial t} = - \frac{\partial e}{\partial \sigma'} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (10)$$

En segundo lugar, se recurre a la expresión de la deformación unitaria (ε) en función del índice de poros y a la definición del coeficiente de compresibilidad (a_v) y del coeficiente de compresibilidad volumétrico (m_v),

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= - \left(\frac{\Delta e}{1+e} \right) \\ a_v &= - \left(\frac{\partial e}{\partial \sigma'} \right) \\ m_v &= \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma'} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial \sigma'} = - \left(\frac{1}{1+e} \right) \frac{\partial e}{\partial \sigma'} = \frac{a_v}{(1+e)} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

(dejamos aquí sin justificar la demostración formal de la igualdad $\frac{\partial \varepsilon}{\partial e} = - \frac{1}{1+e}$), lo que permiten escribir

$$\frac{\partial e}{\partial t} = - \frac{\partial e}{\partial \sigma'} \frac{\partial u}{\partial t} = m_v (1+e) \frac{\partial u}{\partial t} \quad (12)$$

Así, la ecuación de consolidación (7a) puede reescribirse en la forma

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = m_v \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \quad (13)$$

Terzaghi asume que los cambios de índice de poros son pequeños, es decir, $1+e \cong 1+e_0$ (con e_0 el índice de poros inicial), y que la conductividad hidráulica (k) es constante, reduciendo la ecuación (13) a

$$\frac{k(1+e_0)}{\gamma_w a_v} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (14)$$

o bien

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (15)$$

El grupo $\frac{k(1+e_0)}{\gamma_w a_v}$ recibe el nombre de coeficiente de consolidación (c_v) y tiene las dimensiones de un parámetro típico de difusividad (m^2/s) con su significado físico inherente. Informa de la rapidez con la que se disipa el exceso de presión intersticial en el dominio. En la Figura 1.2 se muestra de forma esquemática un diagrama de bloques de la deducción de la ecuación.

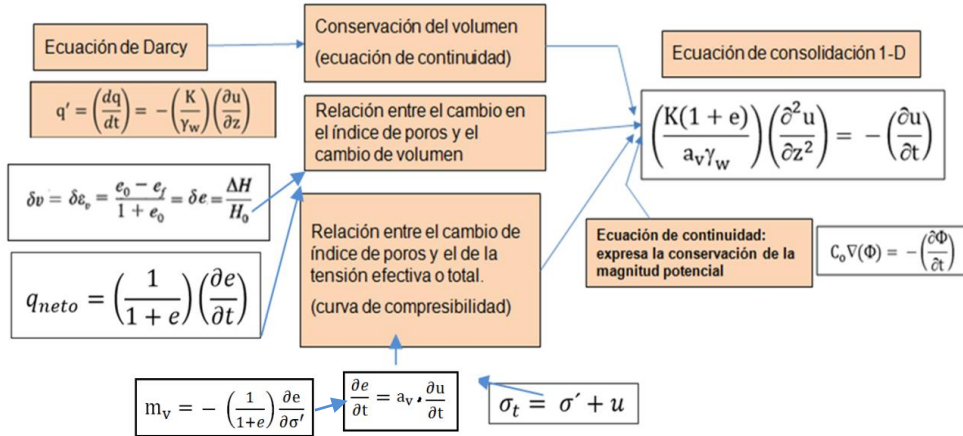


Figura 1.2 Esquema general de la deducción de la ecuación de consolidación

Para la solución analítica se eliminan tres de las cuatro variables (k , e , a_v), dejando como única variable dependiente $u(z,t)$, la presión intersticial en exceso sobre la hidrostática. La ecuación de consolidación es una ecuación de difusión de u hacia zonas de menos presión. En general c_v no es constante, ya que tampoco lo son k , e y a_v ; sin embargo, estos tres coeficientes en el caso más general (particularmente k y m_v) disminuyen inversamente a lo largo del proceso compensando parcialmente su influencia en c_v , de manera que este parámetro puede considerarse constante (consolidación lineal). Por otra parte, Terzaghi asume que el índice de poros inicial es el de partida de los ensayos, y no lo introduce como variable al no actualizar su valor durante el ensayo edométrico. Así, la solución analítica de la ecuación considera las hipótesis siguientes:

- $c_v = \text{cte.}$,
- $\Delta u \text{ inicial} = \Delta \sigma$ (prueba edométrica),
- la coordenada z de cualquier punto no varía con el tiempo,

Su expresión tiene la forma

$$u(z,t) = \Delta \sigma \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left(\frac{4}{(2n+1) \cdot \pi} \right) \left(\sin \left[\frac{(2n+1) \cdot \pi \cdot z}{2 \cdot H} \right] \right) \left(e^{-\frac{(2n+1)^2 \cdot \pi^2 \cdot c_v \cdot t}{4 \cdot H^2}} \right) \right\} \quad (16)$$

Para poder resolver problemas relacionados con los tiempos de consolidación, los autores definen los parámetros adimensionales T_v (factor de tiempo), U_v (grado local de consolidación o grado local de disipación de presión intersticial) y \bar{U}_v (grado medio de consolidación). Sus expresiones son:

$$T_v = \left(\frac{t \cdot C_v}{H^2} \right) \quad (17)$$

$$U_v(\%) = \left(\frac{\Delta\sigma - u_{zt}}{\Delta\sigma} \right) \cdot 100 \quad (18)$$

$$\bar{U}_v(\%) = \left(\frac{\int_0^H (\Delta\sigma - u_{zt}) \cdot dz}{H \cdot \Delta\sigma} \right) \cdot 100 \quad (19)$$

En función de estos parámetros, la ecuación (18) se transforma en la expresión

$$U_v = 1 - \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{2}{M} \operatorname{sen} \left[M \cdot \left(1 - \frac{z}{H} \right) \right] e^{(-M^2 \cdot T_v)} \quad (20)$$

y la (19) en

$$\bar{U}_v = 1 - \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{2}{M^2} e^{(-M^2 \cdot T_v)} \quad (21)$$

donde $M = \frac{\pi}{2}(2n + 1)$

La Figura 1.3 ilustra los conceptos de grado de consolidación y grado medio de consolidación mediante un esquema de la variación de la presión intersticial con la profundidad en función del tiempo transcurrido desde que se aplica la carga en la superficie del suelo.

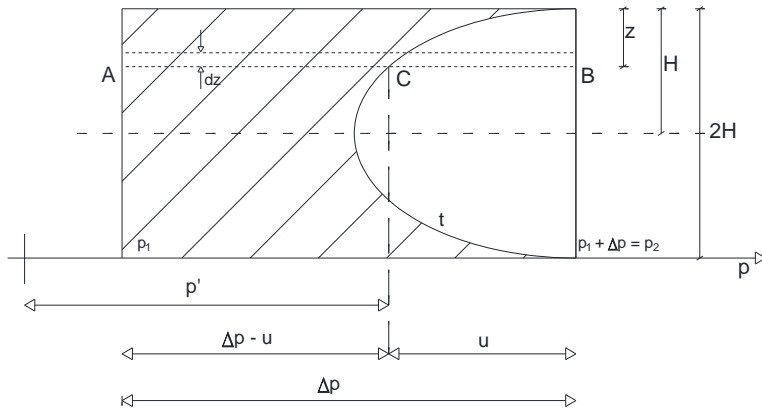


Figura 1.3 Esquema de variación de la presión intersticial

El cociente $AC/AB = (\Delta p - u)/\Delta p$ representa el grado local de consolidación U_v , mientras que el cociente entre el área rayada y el área total representa el grado medio de consolidación \bar{U}_v , para un tiempo t .

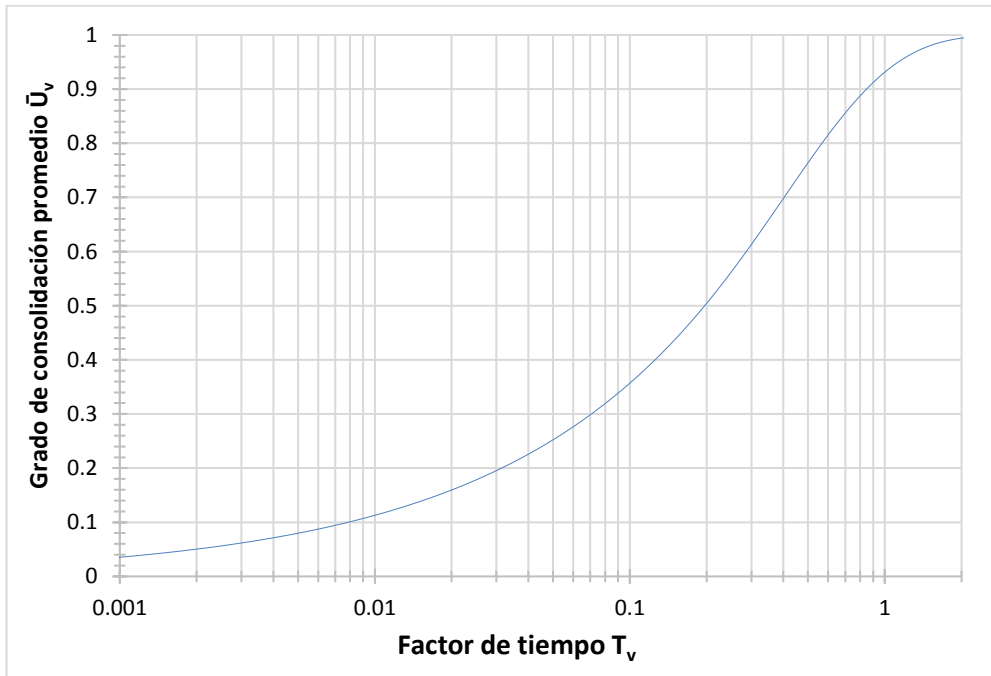
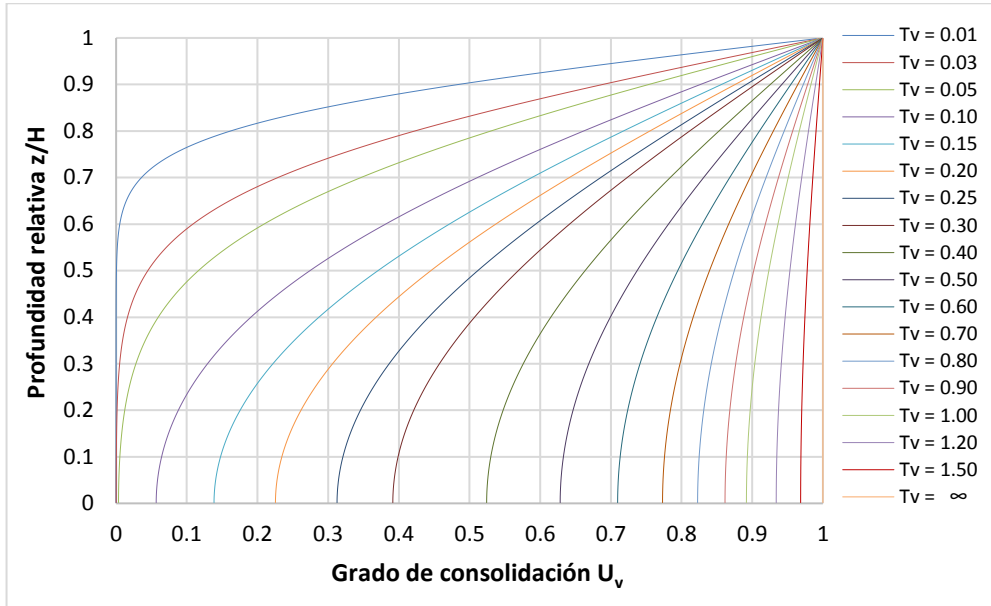


Figura 1.4 Grado de consolidación local U_v y grado medio de consolidación \bar{U}_v en función de T_v .

De la aplicación de la teoría de Terzaghi, se pueden establecer relaciones entre T_v y U_v , y T_v y \bar{U}_v . La Figura 1.4 muestra los gráficos que relacionan, por un lado, la profundidad normalizada con el grado de consolidación local y el factor tiempo y , por otro, el grado medio de consolidación con el factor tiempo.

Geometrías rectangulares 2-D y 3-D

En dominios anisótropos las ecuaciones de Terzaghi se escriben, respectivamente, en la forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (22)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_{v,y} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (23a)$$

La Figura 1.5 muestra el esquema físico de un escenario de consolidación 2-D rectangular, con drenajes hacia las fronteras superior y lateral. En general, los coeficientes de consolidación en el plano horizontal son iguales, $c_{v,x} = c_{v,y}$. Llamando $c_{v,h}$ al coeficiente de consolidación horizontal, la ecuación 3-D se simplifica a

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,h} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (23b)$$

Esta ecuación se aplica a escenarios 2-D (y 3-D horizontalmente isótropos) en los que el agua drena hacia las fronteras superior y lateral, esta última por la existencia de drenes corridos o zanjas, o por la existencia de mechas drenantes parcial o completamente introducidas en el terreno.

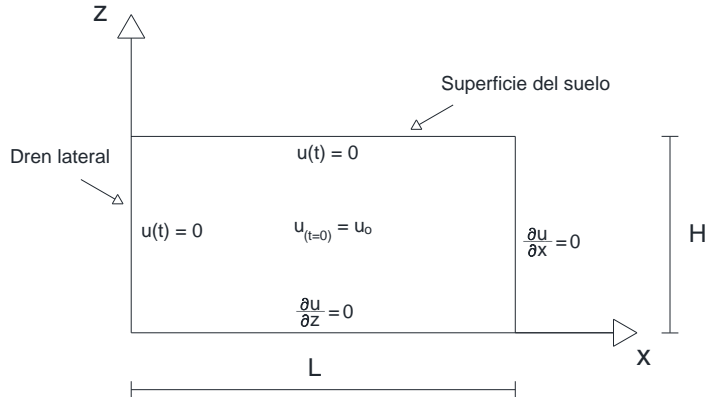


Figura 1.5 Esquema físico de un escenario de consolidación 2-D rectangular

Existen soluciones exactas, analíticas o semi-analíticas, para estas ecuaciones de consolidación en escenarios 2-D y 3-D (Di Francesco [2013]), aunque dada su complejidad resultan de difícil aplicación por parte del ingeniero civil.

Condiciones de contorno

Las condiciones habituales de contorno en los problemas de consolidación son las de primera (Dirichlet) y segunda (Neumann homogénea) clase, exceso de presión intersticial nulo ($u=0$) y flujo de agua nulo en la frontera impermeable ($\partial u/\partial n=0$, cambio nulo del exceso de presión intersticial en la dirección normal a la frontera impermeable), respectivamente. Ambas pueden ser compartidas en una misma región de la frontera. También son frecuentes otras condiciones derivadas de las anteriores pero cualitativamente similares tales como cargas escalonadas, cargas dependientes del tiempo y procesos de carga y descarga.

1.2.2. Consolidación con mechas drenantes

En la actualidad, la instalación en un terreno con mechas drenantes verticales prefabricadas es la técnica más empleada a la hora de acelerar el proceso de consolidación en obras de ingeniería civil. Básicamente, existen dos tipos de disposición en planta de las mechas drenantes: disposición rectangular y disposición al tresbolillo (Figura 1.6). En el análisis, puramente lineal, los posibles efectos como el remoldeo del suelo en la zona más próxima a la mecha drenante (como consecuencia del procedimiento de instalación de la mecha en el terreno), que conduce a la variación de las propiedades del suelo en esa zona, o la colmatación del geotextil que compone la mecha, reduciendo su capacidad drenante, no han sido tenidos en cuenta.

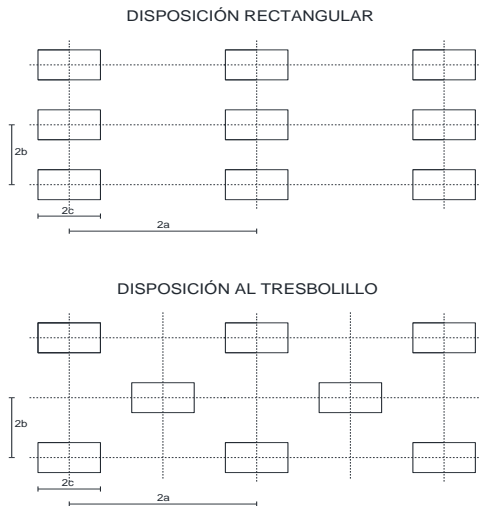


Figura 1.6 Disposiciones habituales de las mechas drenantes verticales en ingeniería civil

La disposición en planta de las mechas (rectangular) es la seguida en el programa SICOMED_3D. La Figura 1.7 muestra el esquema físico del modelo 3D que se repite en la superficie del terreno para una

mecha de un ancho dado, mientras que la profundidad y estructura del suelo así como la profundidad de la mecha corresponden a cada escenario. Se supone una superficie de suelo suficientemente extensa como para despreciar los efectos de borde. En el análisis, puramente lineal, los posibles efectos como el remodelado del suelo en la zona más próxima a la mecha drenante (como consecuencia del procedimiento de instalación de la mecha en el terreno), que conduce a la variación de las propiedades del suelo en esa zona, o la colmatación del geotextil que compone la mecha, reduciendo su capacidad drenante, no han sido tenidos en cuenta.

DISPOSICIÓN RECTANGULAR

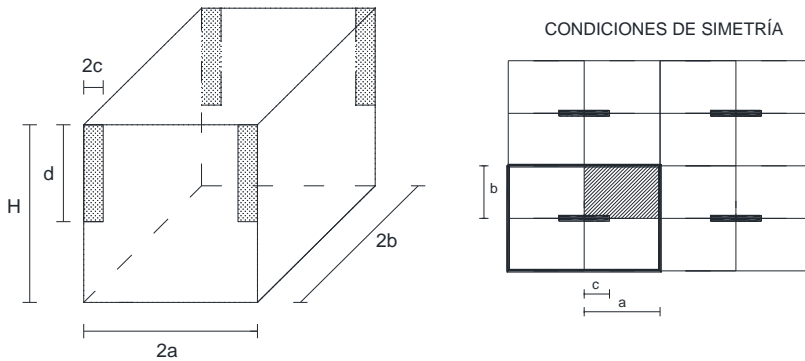


Figura 1.7 Esquema físico del problema de consolidación 3-D lineal rectangular con mechas drenantes verticales con disposición en planta rectangular.
Esquema físico (izquierda) y sección del modelo (derecha)

El modelo matemático, asumidas las habituales hipótesis de consolidación lineal, está formado por las ecuaciones

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_{v,y} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (24a)$$

En general, los coeficientes de consolidación en el plano horizontal son iguales, $c_{v,x}=c_{v,y}$. Llamando $c_{v,h}$ al coeficiente de consolidación horizontal, la ecuación (24a) se simplifica a

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,h} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (24b)$$

$$u(x,y,z=H,t) = 0 \quad \text{Drenaje superficial} \quad (25a)$$

$$u(x=[0,c],y=0,z=[H-d,H],t) = 0 \quad \text{Mecha drenante} \quad (25b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x=0,y,z,t) = \frac{\partial u}{\partial x}(x=a,y,z,t) = 0 \quad \text{Bordes impermeables en X} \quad (26a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x=[0,c],y=0,z=[0,H-d],t) = \frac{\partial u}{\partial y}(x=[c,a],y=0,z,t) = \frac{\partial u}{\partial y}(x,y=b,z,t) = 0 \quad \text{Borde impermeable y} \quad (26b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z}(x,y,z=0,t) = 0 \quad \text{Borde impermeable en Z} \quad (26c)$$

$$u(x,y,z,t=0) = q_0 \quad \text{Exceso de presión intersticial inicial uniforme} \quad (27)$$

1.3. Los métodos y códigos usados en SICOMED_3D

Antes de explicar los modelos numéricos usados en SICOMED_3D, pasamos a describir los métodos en los que se fundamenta el diseño de estos modelos (el método de simulación por redes, MESIR), así como los códigos libres de otros lenguajes de programación que se han usado SICOMED_3D con diferentes fines: generación de archivos de programa, representación gráfica de las soluciones, subrutinas de post-procesado de datos, etc.

1.3.1. El método de simulación por redes

El método de simulación por redes es una técnica para el estudio de muchos procesos físicos que pueden definirse mediante un modelo matemático. Partiendo de éste, el procedimiento consiste en dos etapas:

- elaborar un “modelo en red” o circuito eléctrico equivalente al proceso, y
- simular numéricamente el modelo mediante un programa adecuado de resolución de circuitos eléctricos.

Una descripción detallada del método, con numerosas aplicaciones a diferentes campos de la ingeniería (transporte a través de membranas, transferencia de calor y sistemas electroquímicos) puede encontrarse en el libro de González-Fernández [2002]. En los últimos años se ha aplicado con éxito en otros campos de la ingeniería tales como ondas elásticas, resistencia de materiales, corrosión, magneto-hidrodinámica, flujo y transporte de calor (o masa), tribología, consolidación, problemas mecánicos y caos, dando lugar a numerosas publicaciones científicas (Castro y col. [2005], Bég y col. [2008], Marín y col. [2012], Morales y col. [2012], Sánchez y col. [2012] y Cánovas y col. [2015]).

La equivalencia formal entre el modelo en red y el proceso físico reside en que ambos se rigen por las mismas ecuaciones discretizadas en el espacio; es decir, por las mismas ecuaciones referidas a un elemento de volumen o celda y por las mismas ecuaciones discretizadas para las condiciones de contorno. En consecuencia, los errores provenientes de la simulación son sólo achacables al mallado geométrico que, para un número de celdas aceptable (del orden de 60), son muy inferiores al 1% en problemas lineales (Alhama [1999]). Los potentes códigos de computación integrados en los actuales paquetes de resolución numérica de circuitos proporcionan la solución exacta de éstos merced a una fina selección de los pasos temporales de computación.

¿Cómo se elabora el modelo en red? La técnica consiste en reticular el espacio en elementos de volumen o celdas elementales; al aplicar a éstas las ecuaciones en derivadas parciales, se obtiene un

conjunto de ecuaciones diferenciales (en el tiempo), en diferencias finitas (en el espacio), que constituyen el punto de partida para la obtención del modelo en red correspondiente a la celda. Para ello se establece una correspondencia entre las variables dependientes del problema y las variables eléctricas del circuito, tensiones e intensidades. La asociación de celdas, de acuerdo con la geometría del problema, configura el modelo en red correspondiente a todo el dominio, que es tanto más preciso cuanto mayor sea su número. Por último, las condiciones de contorno e iniciales suele implementarse en el modelo mediante componentes eléctricos sencillos. Los modelos en red son pues una representación exacta de las características matemáticas de los procesos que describen. Las variables flujos y fuerzas (o potenciales) características del mismo deben satisfacer las leyes de Kirchhoff y sus relaciones determinan los elementos de circuito del modelo. Así, las relaciones entre flujo y fuerza asociados a una rama y sus (dos) nudos, que pueden incluir o no variaciones temporales de estas variables, definen los elementos concretos del circuito equivalente a esa rama.

En síntesis, el método de simulación por redes puede considerarse un método numérico en tanto que no sólo diseña un modelo preciso del problema sino que lo simula mediante un *software* fiable proporcionando la solución numérica del mismo.

Elementos pasivos: resistencias y condensadores

A la red o modelo se le asocia un conjunto de flujos que obedecen a una ley de balance (o conservación) local y un conjunto de fuerzas que satisfacen la condición de unicidad en el dominio. Por otro lado, las relaciones entre un par flujo-fuerza se conocen como ecuaciones constitutivas o fenomenológicas y definen los elementos de circuito, que expresan características específicas de cada proceso. En los procesos típicos de difusión lineal, como los que se tratan en varios casos de este trabajo de consolidación, el modelo matemático está regido por ecuaciones en derivadas parciales y sólo precisa (como se ilustrará) de dos elementos de circuito para la implementación del modelo en red correspondiente a un volumen finito del dominio o celda elemental (para geometrías rectangulares).

Cuando las relaciones constitutivas se establecen entre un par flujo-fuerza se habla de monopuertas (un elemento de circuito con dos nodos). Una primera clasificación de estas monopuertas responde a lo que en electricidad se conoce como elementos pasivos y activos. Los elementos pasivos (que pueden ser lineales o no) no generan potencia, la disipan o la almacenan, mientras que los activos son las típicas fuentes o generadores de dos nodos. Los dos elementos (lineales) pasivos que utilizaremos en este trabajo son la resistencia (elemento disipador de energía) y el condensador (elemento almacenador de energía).

La resistencia es un elemento de circuito de valor constante, designado por R , que relaciona las variables flujo (J) y fuerza (X) de una misma rama en la forma $X(t) = R J(t)$. Su acción es instantánea, no depende de los estados anteriores de las variables (carecen de memoria). En su analogía física representa efectos disipativos, fricciones, efectos viscosos, etc. Su representación simbólica se muestra en la Figura 1.8.

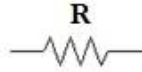


Figura 1.8 Representación simbólica de una resistencia lineal

El condensador lineal (de valor constante), designado por C , es un elemento de circuito asociado a una relación entre la variable flujo y la derivada temporal de la variable fuerza, es decir $J(t) = C \frac{dX(t)}{dt}$. En este elemento se produce almacenamiento, sin pérdidas (no hay disipación energética), y su estado, que no cambia instantáneamente, tiene en cuenta todas las operaciones llevadas a cabo en el pasado (tiene memoria). En su analogía, representa procesos físicos en los que se produce algún tipo de almacenamiento. Su representación simbólica se muestra en la Figura 1.9.

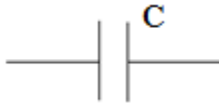


Figura 1.9 Representación simbólica de un condensador lineal

Los procesos de almacenamiento y disipación de energía, bajo la hipótesis de continuidad del medio, se originan en todos los puntos del sistema. Los elementos R y C se identifican sin embargo con regiones pequeñas pero finitas del medio y sus conexiones con los elementos de las otras regiones se realizan con enlaces ideales de energía, es decir, con conductores de resistencia nula. El que cada elemento pueda ser caracterizado por un par de variables conjugadas con una única ecuación constitutiva entre ellas es una hipótesis básica del método de redes. Físicamente equivale a decir que es posible elegir un elemento de volumen lo suficientemente pequeño como para que su tiempo de relajación interna sea mucho menor que el del sistema global, pero suficientemente grande como para que las fluctuaciones de las variables que describe el sistema en él sean despreciables.

Elementos activos: fuentes

En ellos se produce una aportación o extracción de energía al sistema. Cabe distinguir:

- Fuentes constantes o dependientes del tiempo. Son elementos de dos terminales que especifican un flujo o fuerza constante o dependiente del tiempo y se corresponden eléctricamente a pilas o generadores de tensión o corriente. Su representación simbólica se muestra en la Figura 1.10.
- Fuentes controladas de tensión o corriente. Se trata de dispositivos eléctricos de más de dos terminales. En general tienen dos terminales por donde entra la lectura de la variable de control y otros dos por donde sale la señal controlada. La expresión que relaciona la señal de salida (tensión o corriente) con la de entrada (también tensión o corriente) puede ser cualquier función matemática que se introduce como *software* en la especificación de la

fuelle. La conexión de los terminales de salida de estas fuentes al modelo se realiza en serie o en paralelo según se trate de fuentes de corriente o de tensión. Las librerías de los programas de simulación de circuitos disponen de un completo espectro de este tipo de fuentes que incluye, por un lado, la posibilidad de elegir como variables de control tanto corrientes como tensiones y, por otro, la posibilidad de elegir más de una variable de control para una misma fuente (una salida definida como función de varias entradas). Existen cuatro tipos de fuentes: de corriente controlada por corriente, de corriente controlada por tensión, de tensión controlada por corriente y de tensión controlada por tensión. Su representación simbólica se muestra en la Figura II.23b.

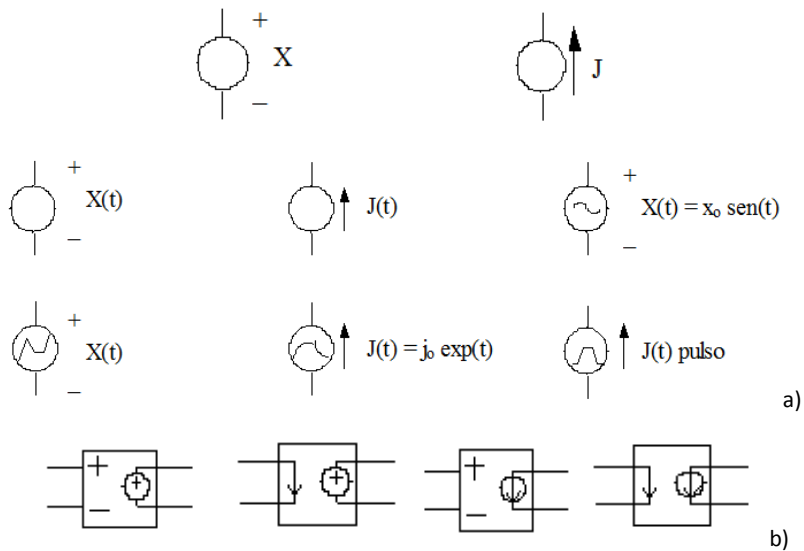


Figura 1.10 Representación simbólica de las fuentes. a) fuentes constantes y dependientes del tiempo, b) fuentes controladas

La existencia de estas fuentes controladas permite asumir cualquier tipo de no-linealidad de las ecuaciones del modelo, así como cualquier tipo de acoplamiento en el mismo, todo ello siguiendo un proceso fácil e intuitivo que sólo precisa del conocimiento de las reglas elementales de teoría de circuitos. El *software* elegido en esta memoria para la simulación, NgSpice-26 [2016] (Nenzi y Vogt [2014]), es capaz de reconocer un gran catálogo de componentes eléctricos.

El método de simulación por redes como método numérico

En el método de redes, el punto de partida es siempre el modelo matemático de un cierto proceso, esto es, un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales (EDP) espacio-temporales. Las ecuaciones diferenciales (en el tiempo) en diferencias finitas (en el espacio) derivadas de la reticulación o discretización espacial del modelo matemático son el punto de partida para la implementación o

diseño del modelo en red de la celda elemental. De hecho, ésta es la única manipulación directa que se hace de las ecuaciones de gobierno. La interconexión de celdas elementales, de acuerdo con la geometría del modelo, más la implementación de los componentes eléctricos asociados a las condiciones de contorno y las condiciones iniciales, permiten configurar el modelo en red completo del problema.

Así, el modelo en red es el formato que se da al modelo matemático para que pueda ser utilizado como entrada (fichero) en un programa de resolución de circuitos eléctricos tal como NgSpice-26 [2016] y Bhushan [2014]). Este *software* es el que resuelve las ecuaciones de la red y proporciona la solución numérica del modelo matemático. En definitiva, puesto que la simulación del modelo en red mediante ordenador implica la resolución numérica de sus ecuaciones, el método de simulación por redes es, de hecho, un método numérico. Las dificultades asociadas al aprendizaje de un lenguaje de programación típico de circuitos son fáciles de soslayar, puesto que son muy pocos los componentes del modelo y, por tanto, pocas las reglas de programación necesarias. NgSpice es un simulador de circuitos de señal mixta/nivel mixto, de código abierto. Un pequeño grupo de mantenimiento, así como la comunidad de usuarios del programa, contribuye al proyecto NgSpice, proporcionando nuevas características, mejoras y correcciones. Es un sucesor de Spice (Pspice [1994]), el origen de todos los simuladores de circuitos eléctricos y electrónicos. Sus sucesores se utilizan ampliamente en la comunidad electrónica.

Pspice es miembro de la familia de programas de simulación de circuitos Spice2 (Nagel [1975]). Mucho más potente y rápido que sus predecesores, fue desarrollado inicialmente por el Grupo de Circuitos Integrados del Laboratorio Electrónico de Investigación de la Universidad de California (Berkeley) en los años setenta, siendo acabada su primera versión en 1992. Desde entonces, miles de copias han sido distribuidas a universidades, empresas e industria electrónica. El amplio uso de Pspice y sus nuevas versiones garantizan la aplicación del programa a una gran variedad de problemas de simulación de circuitos en los que se hace uso de las ventajas de los potentes, eficientes y fiables algoritmos numéricos implementados en el mismo.

Es interesante advertir en este punto que la clásica analogía eléctrica (que aparece en numerosos libros de texto e incluso en montajes experimentales en la época de los sesenta antes del desarrollo de los computadores) no tiene nada que ver con el método de simulación por redes ya que ésta se refiere esencialmente a problemas siempre lineales y no acoplados. En este sentido, en los casos de consolidación lineal estudiados en este trabajo sí que se podría aducir que se realiza una analogía eléctrica del proceso de consolidación de suelos. Como además, existe una solución analítica del problema, podría criticarse el trabajo, y con razón, de que no se ha ido más allá de lo que ya es conocido. En este sentido, cabe mencionar en primer lugar que el modelo propuesto es muy fiable (se utiliza la solución analítica para verificar esta fiabilidad) y que evita el engorroso tratamiento de series de lenta convergencia de la solución analítica. Además, la implementación de suelos heterogéneos, formados por capas de diferentes propiedades, la asunción condiciones de contorno no habituales y

de condiciones iniciales asimismo no habituales, es una ventaja clara para la opción de la simulación numérica. Las posibilidades de uso de este método como herramienta educativa son también potencialmente interesantes.

1.3.2. Programación con MATLAB

MATLAB® (Matlab [2015]) es un lenguaje de cálculo técnico de alto nivel y un entorno interactivo para el desarrollo de algoritmos, cálculo numérico, visualización y análisis de datos y programación. Es utilizado por millones de ingenieros y científicos ya que permite analizar datos, desarrollar algoritmos y crear modelos y aplicaciones. El lenguaje, las herramientas y las funciones matemáticas integradas facilitan la exploración de los múltiples enfoques posibles, pudiendo llegar así a una solución más rápida que la obtenida con hojas de cálculo u otros lenguajes de programación. En nuestro caso, la gran facilidad que presenta Matlab para importación o exportación de datos, gracias a sus funciones integradas, nos permiten la interacción con otras aplicaciones, como NgSpice.

En este trabajo, Matlab se ha utilizado para desarrollar los códigos implementados dentro del programa SICOMED_3D en sus tres vertientes: i) lenguaje de programación para la elaboración de los archivos de texto de los modelos en red de cada problema, ii) programación del entorno de pantallas para la comunicación con el usuario, y iii) programación de rutinas para la representación gráfica de los resultados

Su amplio abanico de representaciones gráficas, tanto en 2-D como en 3-D, y sus funciones de visualización de datos permiten la comprensión de la solución del problema obtenida de forma interactiva. Además, permite comparar conjuntos de datos, y el seguimiento de los cambios a través del tiempo o su distribución. Por otro lado, su capacidad para el diseño y edición de interfaces gráficas de usuario nos ha permitido desarrollar el entorno interactivo de SICOMED_3D, incluyendo el uso de funciones de Matlab, mediante ventanas que permiten al usuario elegir el tipo de problema, introducir los datos necesarios para su resolución y visualizar gráficamente los resultados obtenidos.

1.3.3. El programa NgSpice

NgSpice es un programa de simulación de circuitos de propósito general para análisis no lineal y lineal con licencia BSD (*software* libre). Los circuitos pueden contener resistencias, condensadores, inductores, fuentes de tensión o de intensidad, dependientes o independientes, y una enorme variedad de componentes semiconductores y dispositivos analógicos y digitales. Siendo una actualización de Spice3f5, la última versión del simulador Spice3 de código abierto creado por el Departamento de la Universidad de California en Berkeley (<http://bwrcs.eecs.berkeley.edu/Classes/lcBook/SPICE/>), incluye todas sus características y subsana la mayoría de sus errores. El *software* se mantiene gracias a una comunidad de usuarios que contribuyen al proyecto NgSpice proporcionando nuevas características, mejoras y correcciones de errores.

Se basa en tres paquetes de *software* libre: Spice3f5, Xspice y Cider1b1:

- Spice3 es el origen de todos los simuladores de circuitos electrónicos y sus sucesores son ampliamente utilizados en la comunidad electrónica.
- Xspice es una extensión de Spice3 que proporciona modelos adicionales de código en lenguaje C para apoyar el modelado del comportamiento analógico y co-simulación de componentes digitales a través de un algoritmo impulsado de suceso rápido.
- Cider añade un simulador de dispositivo numérico a NgSpice. Su acoplamiento al simulador proporciona una mayor precisión a la simulación, a expensas de un mayor tiempo de computación.

De todos modos, es más que la simple suma de los paquetes mencionados, ya que se trata de un *software* que está en continua evolución. NgSpice está implementado con tres clases de análisis: i) análisis no lineal CC; ii) análisis no lineal transitorio; y iii) análisis lineal CA. Los análisis de transitorios incluyen simulaciones de ruido transitorio. Por otro lado, el análisis de CA incluye una pequeña simulación de señal de ruido y una función de análisis de polo-cero y transferencia.

En su versión para Windows ofrece una sencilla interfaz gráfica de usuario. De hecho, esta interfaz no aporta mucho más que la admisión de datos en una pequeña consola, Figura 1.11, donde se introducen las líneas de comando y se proporciona la salida de texto del programa.

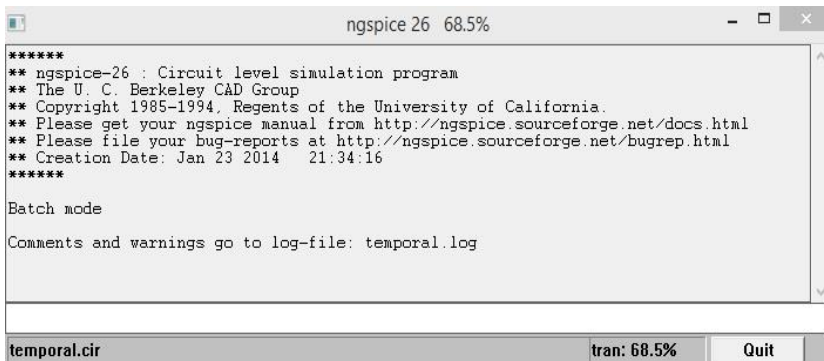


Figura 1.11 Consola de admisión de líneas de comando del programa NgSpice 26

Mediante líneas de comando, que bien pueden estar incluidas en el propio archivo del circuito a analizar (archivo de texto de extensión .cir), se puede realizar la impresión de resultados, que no es más que el volcado de resultados de NgSpice a archivos de texto (extensión .txt), los cuales pueden ser exportados a Matlab, o cualquier otro programa de cálculo numérico, para realizar su procesamiento y representarlos, por ejemplo, de manera gráfica. Así, tal y como se ha descrito anteriormente, este *software*, gracias a su gran capacidad de cálculo, permite resolver cualquier ecuación transformada en circuito eléctrico utilizando código NgSpice.

1.4. Modelos en red

1.4.1. Proceso de creación del modelo en red. Generalidades

Bajo la hipótesis '1+e' constante, equivalente a la de asumir un elemento de volumen de espesor constante (dz), los modelos matemáticos del proceso de consolidación lineal y no lineal, con independencia de la geometría del problema y de su número de dimensiones espaciales, están definidos por una sola ecuación en derivadas parciales, la ecuación de difusión del exceso de presión intersticial. En consecuencia, el modelo en red está constituido por un solo circuito principal en cuyo nodo central (de cada celda elemental) se balancean tantas corrientes procedentes de sendas ramas como términos contiene la ecuación de gobierno, una vez discretizada espacialmente y separadas las segundas derivadas en sus componentes avanzada y atrasada de la primera derivada.

Así, en la ecuación de consolidación lineal 1-D en coordenadas rectangulares, el modelo en red de la celda elemental contiene tres ramas, cada una asociada a un término de la ecuación discretizada espacialmente. Una rama para el término de almacenamiento (derivada temporal), otra para el flujo de salida (derivada espacial en la región de salida) y otra para el flujo de entrada (derivada espacial en la región de entrada). En el modelo rectangular 2-D, cada celda está integrada por cinco ramas pues son cinco los términos de la ecuación discretizada; salidas horizontal y vertical, entradas horizontal y vertical, y término de almacenamiento. Por último, en el modelo rectangular 2-D, cada celda está integrada por siete ramas pues son cinco los términos de la ecuación discretizada; salidas horizontal, vertical y lateral, entradas horizontal, vertical y lateral, y el término de almacenamiento.

Como hemos mencionado, cada término de la ecuación de gobierno en diferencias finitas se constituye en la corriente eléctrica J_i de una rama que confluye con las restantes ramas (asociadas a los restantes términos) en un nodo común de la celda elemental, el nodo central. Existen tantas ramas en la celda, como términos contenga la ecuación (Figura 1.12). Cada una de las n celdas seleccionadas en la reticulación se designa con un número identificativo i ($1 \leq i \leq n$). Ahora, para determinar los componentes eléctricos concretos que deben implementarse en cada rama se escribe la ecuación que define la corriente (eléctrica) de la rama como:

$J_i = (\text{expresión matemática del término } i \text{ de la ecuación de gobierno en diferencias finitas})$

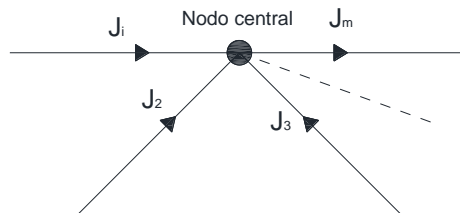


Figura 1.12 Confluencia de ramas en el nodo central

Tras establecer la equivalencia entre la variable dependiente del proceso y la variable dependiente del modelo en red, es decir, el exceso de presión intersticial (u) en la celda i con la tensión eléctrica en el nodo central (V_i), se asocian las variables J_i y V_i en la forma $J_i = f(V_i)$, una expresión de la que se deduce el componente eléctrico. Por ejemplo, si la relación es

$$J_i = \frac{a}{b} (V_i - V_{i-1})$$

al comparar esta ecuación con la que relaciona la intensidad de corriente eléctrica (I_R) con la tensión (V_R) en los extremos de una resistencia R , $I_R = \frac{V_R}{R}$, se deduce que el componente eléctrico de esta rama es una resistencia de valor

$$R = \frac{b}{a}$$

implementada entre los nodos V_i y V_{i-1} . Otro ejemplo, si la relación es de la forma

$$J_i = \frac{a}{b} \left(\frac{dV_i}{dt} \right)$$

al comparar esta ecuación con la que relaciona la intensidad (instantánea) de corriente eléctrica (I_C) con la tensión (V_C) en los extremos de un condensador C , $I_C = C \left(\frac{dV_C}{dt} \right)$, se deduce que la rama se implementa mediante un condensador cuya capacidad es

$$C = \frac{a}{b}$$

conectada entre el nodo V_i y el nodo de referencia (generalmente el denominado como masa o tierra, común a todas las celdas del modelo). Dado que la ecuación (consolidación lineal 1-D en coordenadas rectangulares) en diferencias finitas sólo contiene términos como los anteriores, es decir, cambios espaciales y temporales de la variable dependiente, los componentes del modelo en red de la celda elemental son, como veremos, dos resistencias (para los términos en derivadas espaciales) y un condensador (para el término de la derivada temporal).

Una vez deducido el modelo en red de la celda elemental, en cualquier geometría y número de dimensiones espaciales, se obtiene el modelo completo de todo el dominio por conexión de los modelos de las celdas que lo integran mediante contactos eléctricos ideales que no alteran la solución. Las condiciones iniciales se implementan imponiendo tensiones iniciales (o cargas) en cada uno de los condensadores del modelo, mientras que las condiciones de contorno se implementan por medio de nuevos componentes que respondan a las ecuaciones que definen dichas condiciones. Dado que las condiciones de contorno son de primera y segunda clase homogénea generalmente (tipo Dirichlet y Neumann, respectivamente), para su implementación basta con la aplicación de generadores de tensión constante, para la condición de primera clase, o una resistencia infinita que impone la

condición de impermeabilidad de la segunda clase. Los procesos de carga y descarga, y de cargas escalonadas suponen pequeñas variaciones sobre los anteriores, las cuales son generalmente asumidas por medio de la implementación de interruptores eléctricos.

La solución del circuito, resuelta mediante discretización temporal por el programa de simulación de circuitos NgSpice proporciona las tensiones en cada nodo (y en cada instante) compatibles con el balance impuesto a las corrientes.

1.4.2. Modelos de consolidación rectangular 1-D, 2-D y 3-D

Modelo 1-D

Para esta geometría, cuyo esquema físico se muestra en la Figura 1.13 con el flujo de agua en la dirección ascendente (z creciente), el modelo matemático está dado por las ecuaciones

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad \text{Ecuación de gobierno} \quad (28a)$$

$$u(z=H, t) = 0 \quad \text{Condición de drenaje superficial} \quad (28b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z}(z=0, t) = 0 \quad \text{Borde inferior impermeable} \quad (28c)$$

$$u(z, t=0) = u_0 \quad \text{Condición inicial} \quad (28d)$$

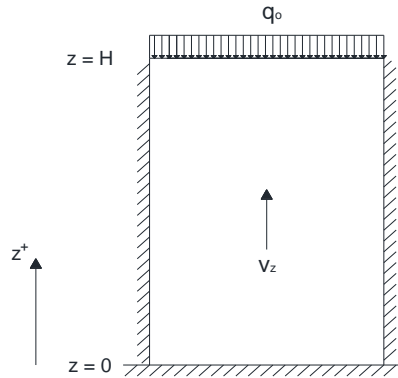


Figura 1.13 Esquema físico del proceso de consolidación rectangular 1-D

La ecuación (28a), expresada en términos de la primera derivada espacial se escribe en la forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z^+} - \left[\frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z^-} \right\} \quad (29)$$

Donde z^+ y z^- denotan las posiciones de las regiones de salida (superior) y entrada (inferior) de la celda. En términos de diferencias finitas y usando la nomenclatura de la Figura 1.14 para la celda elemental, la ecuación anterior tiene la forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{1}{\Delta z} \left\{ \left[\frac{u_{i+\Delta} - u_i}{\frac{\Delta z}{2}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta}}{\frac{\Delta z}{2}} \right] \right\} \quad (30)$$

o bien

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \left[\frac{u_{i+\Delta} - u_i}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_v}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta}}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_v}} \right] \quad (31)$$

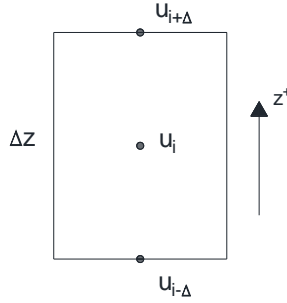


Figura 1.14 Nomenclatura de la celda elemental del proceso de consolidación rectangular 1-D

Cada uno de los términos de la ecuación anterior es un flujo que llamaremos:

$$j_C = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad j_{R+\Delta} = \frac{u_{i+\Delta} - u_i}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_v}}, \quad j_{R-\Delta} = \frac{u_i - u_{i-\Delta}}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_v}} \quad (32)$$

con lo que la propia ecuación (31) puede escribirse en forma de balance de flujos

$$j_C = j_{R+\Delta} - j_{R-\Delta} \quad (33)$$

En la analogía eléctrica, estableciendo la asociación entre variables de forma que el exceso de presión intersticial (u) equivalga a la tensión eléctrica (V) y los cambios temporales y espaciales de u a sendas corrientes eléctricas (J), la ecuación

$$j_{R+\Delta} = \frac{u_{i+\Delta} - u_i}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_v}} \quad (34)$$

es equivalente a la ecuación que relaciona la corriente (I_R) en una resistencia con la tensión V_R en sus extremos

$$I_R = \frac{V_R}{R}$$

Así, la implementación de este término se realiza mediante una resistencia entre el nodo central y el borde superior de la celda. El valor de esta resistencia es

$$R_{i+\Delta} = \frac{(\Delta z)^2}{2c_v} \quad (35)$$

Por el mismo razonamiento, el término

$$j_{R-\Delta} = \frac{u_i - u_{i-\Delta}}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_v}} \quad (36)$$

se implementa mediante una nueva resistencia del mismo valor que (35) entre el nodo central y el borde inferior de la celda. Finalmente, el término

$$j_C = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (37)$$

es equivalente a la ecuación que relaciona la corriente eléctrica que carga un condensador (I_C) con la tensión o diferencia de potencial en sus extremos (V_C)

$$I_C = C \left(\frac{\partial V_C}{\partial t} \right)$$

Así, la implementación de este término de la ecuación (31) se realiza con un condensador de valor C unidad conectado entre el nodo central y un nodo exterior (que será el nodo común de referencia a todas las celdas). Anotamos los valores de los componentes de la celda elemental, cuyo modelo en red se muestra en la Figura 1.15.

$$C = 1, \quad R_{i+\Delta} = R_{i-\Delta} = \frac{(\Delta z)^2}{2c_v} \quad (38)$$

Otros diseños son igualmente posibles, por ejemplo

$$C = \frac{1}{c_v}, \quad R_{i+\Delta} = R_{i-\Delta} = \frac{(\Delta z)^2}{2} \quad (39)$$

Adviértase que, físicamente, un aumento del coeficiente de consolidación disminuye el valor de las resistencias y hace más rápido el proceso de consolidación como esperábamos (o bien, disminuye la capacidad del condensador haciendo igualmente más rápido el proceso de consolidación). La Figura 1.16 muestra el acoplamiento entre celdas y las condiciones de contorno. Se ha adoptado una condición de Neumann (homogénea) en el fondo del dominio (impermeabilidad al agua en $z=0$), que

se implementa simplemente con una resistencia de valor infinito, y una condición de Dirichlet en $z=H$ (presión intersticial nula), que se implementa con una fuente de tensión constante de valor nulo.

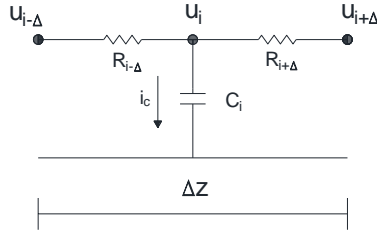


Figura 1.15 Modelo en red de la celda elemental (consolidación rectangular 1-D)

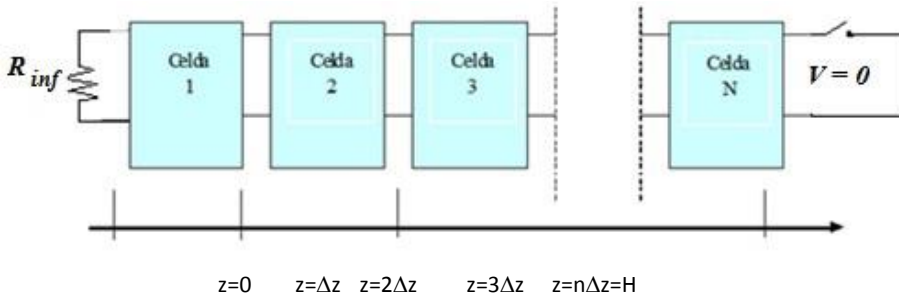


Figura 1.16 Modelo en red del dominio completo (consolidación rectangular 1-D)

Modelo 2-D

El esquema físico de esta geometría se muestra en la Figura 1.17, con el flujo de agua en la dirección ascendente (z creciente) y hacia la derecha (x creciente). Se dan condiciones de impermeabilidad en las fronteras inferior e izquierda, y condiciones de presión nula en las fronteras superior y derecha (esta última por la existencia de un dren, por ejemplo).

En suma, la ecuación de consolidación y condiciones de contorno e iniciales vienen dadas por el siguiente modelo matemático

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + c_{v,x} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad \text{Ecuación de gobierno} \quad (40a)$$

$$u_{(x,z=H,t)} = u_{(x=L,z,t)} = 0 \quad \text{Condición de drenaje superficial y lateral} \quad (40b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z}(x,z=0,t) = \frac{\partial u}{\partial x}(x=0,z,t) = 0 \quad \text{Borde inferior e izquierdo impermeables} \quad (40c)$$

$$u_{(x,z,t=0)} = u_o \quad \text{Condición inicial} \quad (40d)$$

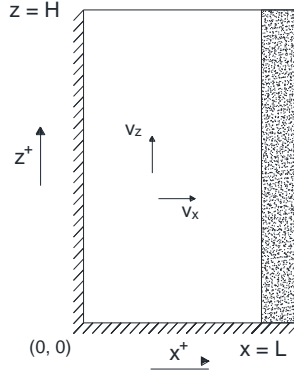


Figura 1.17 Esquema físico del proceso de consolidación rectangular 2-D

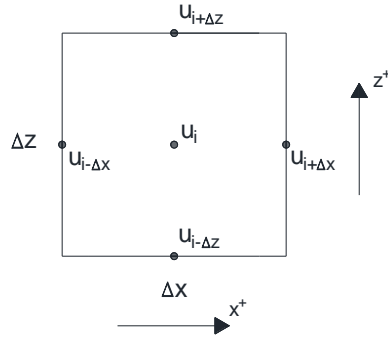


Figura 1.18 Nomenclatura de la celda elemental del proceso de consolidación rectangular 2-D

La ecuación (40a) expresada en términos de la primera derivada espacial se escribe en la forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z^+} - \left[\frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z^-} \right\} + c_{v,x} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x^+} - \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x^-} \right\} \quad (41)$$

donde z^+ y z^- denotan las posiciones de las regiones de salida y entrada de la celda en la dirección z , y x^+ y x^- las posiciones de las regiones de salida y entrada en la dirección x . En diferencias finitas, y usando la nomenclatura de la Figura 1.18, la ecuación anterior puede escribirse en la forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{1}{\Delta z} \left\{ \left[\frac{u_{i+\Delta z} - u_i}{\frac{\Delta z}{2}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta z}}{\frac{\Delta z}{2}} \right] \right\} + c_{v,x} \frac{1}{\Delta x} \left\{ \left[\frac{u_{i+\Delta x} - u_i}{\frac{\Delta x}{2}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta x}}{\frac{\Delta x}{2}} \right] \right\} \quad (42)$$

o bien

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \left[\frac{u_{i+\Delta z} - u_i}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta z}}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}} \right] + \left[\frac{u_{i+\Delta x} - u_i}{\frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta x}}{\frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}} \right] \quad (43)$$

De nuevo, cada uno de los términos de esta ecuación lo asociamos a un flujo eléctrico

$$j_c = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad j_{R+\Delta z} = \frac{u_{i+\Delta z} - u_i}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}}, \quad j_{R-\Delta z} = \frac{u_i - u_{i-\Delta z}}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}},$$

$$j_{R+\Delta x} = \frac{u_{i+\Delta x} - u_i}{\frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}}, \quad j_{R-\Delta x} = \frac{u_i - u_{i-\Delta x}}{\frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}} \quad (44)$$

de forma que la propia ecuación (43) puede escribirse como balance de estos flujos en el nodo central de la celda

$$j_c = j_{R+\Delta z} - j_{R-\Delta z} + j_{R+\Delta x} - j_{R-\Delta x} \quad (45)$$

Usando la misma analogía entre variables dependientes del proceso físico y eléctrico, el término de la derivada temporal

$$j_c = \frac{\partial u}{\partial t}$$

se implementa mediante un condensador de valor C unidad, mientras que los restantes términos se implementan mediante sendas resistencias de valores

$$R_{i+\Delta z} = R_{i-\Delta z} = \frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}, \quad R_{i+\Delta x} = R_{i-\Delta x} = \frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}} \quad (46)$$

Sólo para celdas cuadradas y medios isótropos, el valor de las resistencias es el mismo. El modelo en red se muestra en la Figura 1.19.

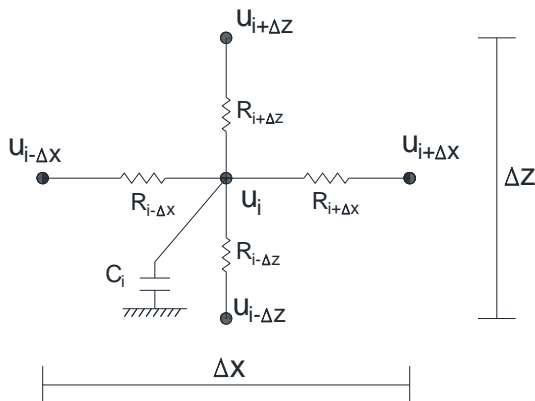


Figura 1.19 Modelo en red de la celda elemental (consolidación rectangular 2-D)

Las mismas consideraciones que en el caso 1-D pueden aplicarse aquí para la implementación del modelo completo del medio.

Modelo 3-D

Este modelo, que reproduce, por ejemplo, la consolidación de suelos anisótropos con mechas drenantes verticales parcialmente penetrantes y con disposición en planta rectangular, con el flujo de agua en la dirección ascendente y hacia las mechas, se muestra en la Figura 1.7. Se tiene en cuenta la influencia de la anchura de la mecha (dirección x), considerando su espesor (dirección y) despreciable. Se dan condiciones de impermeabilidad en la frontera inferior y en las laterales, con excepción de la zona de ubicación de la mecha, y condición de presión nula en la frontera superior y en la zona del dren.

Dentro del esquema físico anterior podemos reducir el modelo a la sección típica de suelo, más regular (que facilita la elección de celdas rectangulares idénticas), mostrada en la Figura 1.7, con mecha parcialmente penetrante. Para la sección típica, el modelo matemático se rige por las ecuaciones

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + c_{v,x} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + c_{v,y} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \text{Ecuación de gobierno} \quad (47a)$$

$$u_{(x,y,z=0,t)} = u_{(0 \leq x \leq c, y=0, 0 \leq z \leq d, t)} = 0 \quad \text{Drenaje superficial y mecha} \quad (47b)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial n} \right)_{\text{resto de las fronteras}} = 0 \quad \text{Bordes impermeables} \quad (47c)$$

$$u_{(x,y,z,t=0)} = u_o \quad \text{Condición inicial} \quad (47d)$$

donde $\frac{\partial u}{\partial n}$ representa la derivada en una dirección normal a la superficie frontera.

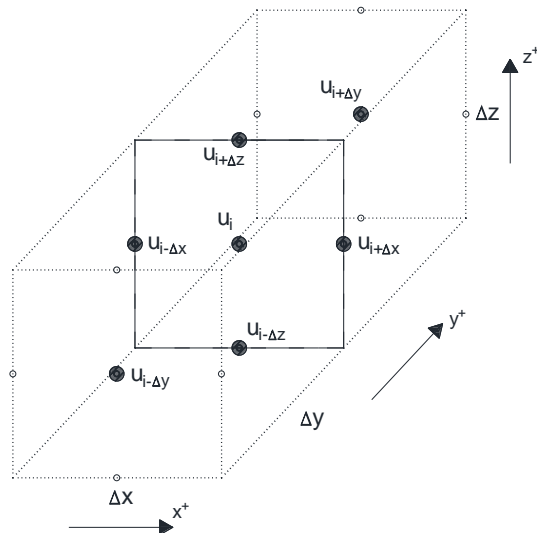


Figura 1.20 Nomenclatura de la celda elemental del proceso de consolidación rectangular 3-D

En términos de la primera derivada espacial, la ecuación (47a) se escribe en la forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z^+} - \left[\frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z^-} \right\} + c_{v,x} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x^+} - \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x^-} \right\} + c_{v,y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y^+} - \left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y^-} \right\} \quad (48)$$

donde z^+ y z^- denotan las posiciones de las regiones de salida y entrada de la celda en la dirección z , x^+ y x^- las posiciones de las regiones de salida y entrada en la dirección x e y^+ y y^- las posiciones de las regiones de salida y entrada en la dirección y . En diferencias finitas, y usando la nomenclatura de la Figura 1.20, la ecuación anterior puede escribirse en la forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{1}{\Delta z} \left\{ \left[\frac{u_{i+\Delta z} - u_i}{\frac{\Delta z}{2}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta z}}{\frac{\Delta z}{2}} \right] \right\} + c_{v,x} \frac{1}{\Delta x} \left\{ \left[\frac{u_{i+\Delta x} - u_i}{\frac{\Delta x}{2}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta x}}{\frac{\Delta x}{2}} \right] \right\} + c_{v,y} \frac{1}{\Delta y} \left\{ \left[\frac{u_{i+\Delta y} - u_i}{\frac{\Delta y}{2}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta y}}{\frac{\Delta y}{2}} \right] \right\} \quad (49)$$

o bien

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \left[\frac{u_{i+\Delta z} - u_i}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta z}}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}} \right] + \left[\frac{u_{i+\Delta x} - u_i}{\frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta x}}{\frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}} \right] + \left[\frac{u_{i+\Delta y} - u_i}{\frac{(\Delta y)^2}{2c_{v,y}}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta y}}{\frac{(\Delta y)^2}{2c_{v,y}}} \right] \quad (50)$$

De nuevo, cada uno de los términos de esta ecuación lo asociamos a un flujo eléctrico. Definiendo las corrientes

$$\begin{aligned} j_C &= \frac{\partial u}{\partial t}, & j_{R+\Delta z} &= \frac{u_{i+\Delta z} - u_i}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}}, & j_{R-\Delta z} &= \frac{u_i - u_{i-\Delta z}}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}}, & j_{R+\Delta x} &= \frac{u_{i+\Delta x} - u_i}{\frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}}, \\ j_{R-\Delta x} &= \frac{u_i - u_{i-\Delta x}}{\frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}}, & j_{R+\Delta y} &= \frac{u_{i+\Delta y} - u_i}{\frac{(\Delta y)^2}{2c_{v,y}}}, & j_{R-\Delta y} &= \frac{u_i - u_{i-\Delta y}}{\frac{(\Delta y)^2}{2c_{v,y}}} \end{aligned} \quad (51)$$

que satisfacen el balance

$$j_C = j_{R+\Delta z} - j_{R-\Delta z} + j_{R+\Delta x} - j_{R-\Delta x} + j_{R+\Delta y} - j_{R-\Delta y} \quad (52)$$

Las resistencias

$$R_{i+\Delta z} = R_{i-\Delta z} = \frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}, R_{i+\Delta x} = R_{i-\Delta x} = \frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}, R_{i+\Delta y} = R_{i-\Delta y} = \frac{(\Delta y)^2}{2c_{v,y}} \quad (53)$$

y un condensador de capacidad unitaria, $C=1$, son los dispositivos pasivos que definen el modelo en red de la celda elemental (Figura 1.21) que conecta con el de las celdas adyacentes hasta formar el modelo completo del problema.

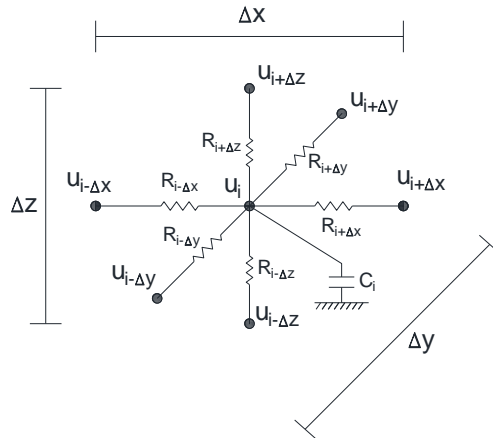


Figura 1.21 Modelo en red de la celda elemental (consolidación rectangular 3-D)

1.4.3. Estructura genérica de los archivos texto de los modelos

El archivo, generado conforme a las reglas de diseño del programa de simulación de circuitos eléctricos NgSpice, se puede estructurar libremente, pero para una mejor comprensión del mismo y su posible modificación por el usuario para problemas similares se ha organizado en bloques. El primero de todos contiene el nombre del problema, así como comentarios recordatorios para el usuario; el segundo (opcional) un listado con los valores de los parámetros físicos y geométricos del problema; el tercer bloque es un listado de los componentes del modelo ordenados por celdas, sus valores y otras particularidades en componentes de más de dos nodos de conexión (en los generadores controlados se especifica la función de control); en el cuarto bloque se describen los componentes asociados a las condiciones de contorno; el quinto contiene los dispositivos especiales comunes y las sentencias asociadas a la simulación (ventana de tiempos, tolerancia relativa para el cálculo, número de dígitos, tiempo de impresión, etc.); finalmente, el sexto bloque es un listado de los valores solicitados en forma tabulada. Una sentencia de cierre completa el archivo del modelo.

Como muestra parcial del archivo de texto presentamos un ejemplo:

```
-----
****BLOQUE I. Nombre, definición y datos del problema
**
**unoDvertnolinArnod.cir
** PARÁMETROS GENERALES
** Parámetros
** Definición del circuito
```

****BLOQUE II. Listado de los parámetros del problema (opcional)

**

**...

***BLOQUE III. Listado de los componentes estructurado en celdas:

**

*Celda 1

VnulaBdX1Y1 cX1Y1 cX1Y1D 0

BdX1Y1 cX1Y1D dX1Y1 $I = (v(cX1Y1) - v(dX1Y1)) * (2 / (0.005^2)) * (1 - (0.32 * \log(1 + 3 - (3 * v(cX1Y1))))) * ((1 + 3 - (3 * v(cX1Y1)))^{(0.5)})$

VnulaBuX1Y1 cX1Y1 cX1Y1U 0

BuX1Y1 cX1Y1U dX1Y2 $I = -(v(dX1Y2) - v(cX1Y1)) * (2 / (0.005^2)) * (1 - (0.32 * \log(1 + 3 - (3 * v(cX1Y1))))) * ((1 + 3 - (3 * v(cX1Y1)))^{(0.5)})$

VnulaBtX1Y1 cX1Y1 cX1Y1T 0

BtX1Y1 cX1Y1T 0 $I = ((v(dX1Y2) - v(dX1Y1))^2 * (1 / (0.005^2)) * (1 - (0.32 * \log(1 + 3 - (3 * v(cX1Y1))))) * ((1 + 3 - (3 * v(cX1Y1)))^{(0.5)}) * (1 - 0.5)) * (3 / (1 + 3 - (3 * v(cX1Y1))))$

VasientoX1Y1 cX1Y1 cX1Y1B 0

CX1Y1 cX1Y1B 0 1 IC=1

*Celda 2

VnulaBdX1Y2 cX1Y2 cX1Y2D 0

BdX1Y2 cX1Y2D dX1Y2 $I = (v(cX1Y2) - v(dX1Y2)) * (2 / (0.005^2)) * (1 - (0.32 * \log(1 + 3 - (3 * v(cX1Y2))))) * ((1 + 3 - (3 * v(cX1Y2)))^{(0.5)})$

VnulaBuX1Y2 cX1Y2 cX1Y2U 0

BuX1Y2 cX1Y2U dX1Y3 $I = -(v(dX1Y3) - v(cX1Y2)) * (2 / (0.005^2)) * (1 - (0.32 * \log(1 + 3 - (3 * v(cX1Y2))))) * ((1 + 3 - (3 * v(cX1Y2)))^{(0.5)})$

VnulaBtX1Y2 cX1Y2 cX1Y2T 0

BtX1Y2 cX1Y2T 0 $I = ((v(dX1Y3) - v(dX1Y2))^2 * (1 / (0.005^2)) * (1 - (0.32 * \log(1 + 3 - (3 * v(cX1Y2))))) * ((1 + 3 - (3 * v(cX1Y2)))^{(0.5)}) * (1 - 0.5)) * (3 / (1 + 3 - (3 * v(cX1Y2))))$

VasientoX1Y2 cX1Y2 cX1Y2B 0

CX1Y2 cX1Y2B 0 1 IC=1

*Celda 3

VznulaBdX1Y2 czX1Y2 czX1Y2D 0

...

*Celda N=100

VnulaBdX1Y100 cX1Y100 cX1Y100D 0

BdX1Y100 cX1Y100D dX1Y100 $I = (v(cX1Y100) - v(dX1Y100)) * (2 / (0.005^2)) * (1 - (0.32 * \log(1 + 3 - (3 * v(cX1Y100))))) * ((1 + 3 - (3 * v(cX1Y100)))^{(0.5)})$

VnulaBuX1Y100 cX1Y100 cX1Y100U 0


```
BuX1Y100 cX1Y100U dX1Y101 I=-((v(dX1Y101)-v(cX1Y100))^(2/(0.005^2)))*(1-(0.32*log(1+3-
(3*v(cX1Y100))))))*((1+3-(3*v(cX1Y100)))^(0.5))
VnulaBtX1Y100 cX1Y100 cX1Y100T 0
BtX1Y100 cX1Y100T 0 I=-((v(dX1Y101)-v(dX1Y100))^2*(1/(0.005^2)))*(1-(0.32*log(1+3-
(3*v(cX1Y100))))))*((1+3-(3*v(cX1Y100)))^(0.5))*(1-(0.5))*(3/(1+3-(3*v(cX1Y100))))
VasientoX1Y100 cX1Y100 cX1Y100B 0
CX1Y100 cX1Y100B 0 1 IC=1
```

****BLOQUE IV. Listado de las condiciones de contorno

**

*drenaje libre superior

VcontsupX1Y100 dX1Y101 0 0

VzcontsupX1Y100 dzX1Y101 0 0

VfcontsupX1Y100 dfX1Y101 0 0

**

*Borde impermeable inferior

RcontinfX1Y1 dX1Y1 0 1.00e+20

RzcontinfX1Y1 dzX1Y1 0 1.00e+20

RfcontinfX1Y1 dfX1Y1 0 1.00e+20

****BLOQUE V. Dispositivos especiales y datos de simulación

**

*Generador de tiempo

Vtime time 0 PWL(0s,0s,500s,500s)

**

*.TRAN y parámetros de NgSpice

.TRAN 0.002S 1S 0S 0.002S UIC

.OPTIONS NOPAGE RELTOL=1.00e-01

.OPTIONS NOPAGE ABSTOL=1.00e+00

.OPTIONS NOPAGE VNTOL=1.00e+00

.OPTIONS NUMDGT=10

.control

run

****BLOQUE VI. Listado de datos de impresión

**

display

wrdata Resultados\ucX1Y1 v(cX1Y1)

wrdata Resultados\iVnulaBdX1Y1 i(VnulaBdX1Y1)

wrdata Resultados\iVnulaBuX1Y1 i(VnulaBuX1Y1)

...

```
wrdata Resultados\iVnulaBtX1Y100 i(VnulaBtX1Y100)
wrdata Resultados\iVasientoX1Y100 i(VasientoX1Y100)
wrdata Resultados\uczX1Y100 v(czX1Y100)
wrdata Resultados\ucfX1Y100 v(cfX1Y100)
****Sentencia de cierre
. endc
** FIN
-----
```

Para la elaboración automática del archivo de texto se incluyen las siguientes prestaciones:

- ventanas para la introducción de los parámetros del problema,
- generación automática de nodos y componentes, con reglas sencillas e intuitivas para el usuario,
- elaboración del archivo de texto completo del modelo en red,
- rutinas de arranque y simulación del modelo en el código de computación NgSpice, y
- obtención de resultados mediante el entorno gráfico de Matlab.

Los problemas que pueden resolverse con SICOMED_3d son:

- Consolidación lineal, 1-D y 2-D en coordenadas rectangulares en medios homogéneos e isotrópos, en medios heterogéneos (multicapa) e isotrópos y en medios heterogéneos anisótropos. Las soluciones numéricas incluyen la disipación local e instantánea del exceso de presión intersticial, el tiempo característico, el grado medio de consolidación y el asiento.
- Problemas de carga y descarga 1-D, rectangular, en medios heterogéneos lineales.
- Problemas de aplicación de cargas sucesivas, en medios heterogéneos lineales.
- Consolidación 3-D lineal, rectangular, mediante mechas parcial o totalmente penetrantes.

1.5. Post-procesado de datos y obtención de resultados

Tras la impresión de resultados en archivos de texto (extensión .DATA) por parte de NgSpice, Matlab se encarga de cerrar este programa y de importar los archivos de salida generados, los cuales, mediante una serie de subrutinas y operaciones algebraicas, terminan por ser ordenados en vectores y matrices que facilitan su manipulación matemática y posterior representación gráfica. Estos datos se refieren, inicialmente, al exceso de presión intersticial (en cualquier tiempo) en el nudo de referencia de cada celda, aunque, adicionalmente, en los modelos que incluyen el cálculo directo de asientos también se dispone del valor del asiento local de dicha celda. A partir de estos datos, mediante manipulaciones matemáticas se puede generar una gran cantidad de resultados que se derivan de éstos: espesores locales y totales, evolución a nivel local del índice de poros, de la conductividad hidráulica, del exceso de presión intersticial y de las tensiones efectivas, grado de consolidación local,

grado medio de consolidación, grado medio de disipación de presiones efectivas, asientos locales y asientos en superficie. Una vez obtenidos todos estos resultados, es posible visualizarlos en pantalla gracias a la gran variedad de gráficas disponibles que tiene Matlab.

1.6. Caracterización de escenarios lineales con mechas.

Curvas universales

En este apartado se recogen los fundamentos teóricos necesarios para abordar las aplicaciones de SICOMED_3D a problemas de investigación que abordan la caracterización de escenarios de consolidación en suelos multicapa, de propiedades isotropas o anisótropas, temas para los que se pueden encontrar soluciones de carácter universal tanto para el tiempo como para el grado de consolidación. Así, se presenta, por un lado, una nueva definición del concepto inequívoco de ‘tiempo característico de consolidación’ (ya anunciado por algunos autores clásicos) y, por otro, los fundamentos de la adimensionalización discriminada de ecuaciones y del análisis dimensional discriminado, técnicas muy relacionados entre sí. Se trata de nociones o herramientas necesarias para la determinación precisa de los grupos adimensionales que controlan la solución del problema de consolidación con mechas drenantes.

1.6.1. El objetivo de la caracterización. La técnica de adimensionalización.

Los grupos adimensionales

En este apartado se recogen en primer lugar los fundamentos de la adimensionalización de ecuaciones y su conexión teórica con el análisis dimensional, con el objetivo de investigar los grupos adimensionales que rigen la solución de problemas formulados bajo un modelo matemático.

La búsqueda de los grupos o números adimensionales que caracterizan un determinado fenómeno físico o de ingeniería debe ser el primer objetivo en su estudio y tratamiento; es lo que nosotros llamamos caracterización (adimensional) del problema. En casos de cierta complejidad, de difícil tratamiento analítico, la reducción del número (generalmente elevado) de parámetros físicos y geométricos que intervienen en el problema (parámetros que, por separado, no necesariamente determinan su solución) a un reducido número de grupos adimensionales que (sí) determinan la solución, es un avance indiscutible que permite a los investigadores experimentalistas reducir significativamente el número de pruebas que conducen a las posibles soluciones o sus aproximaciones. En la teoría de las funciones dimensionalmente homogéneas (San Juan [1945, 1946], si bien es Buckingham quien 30 años antes, en un trabajo sin referencias [1914] y seguramente usando argumentos dimensionales ya descrito por Fourier [1888], deduce a través de lo que llama ‘funciones completas’ no sólo la forma general a la cual cualquier ecuación física es reducible y de la que emergen los grupos adimensionales que controlan la solución global, sino también los fundamentos de la teoría de la similitud entre sistemas, ‘physically similar systems’), en la que se incardinan la mayoría de las

ecuaciones de gobierno que rigen los fenómenos físicos y cuyas soluciones son invariantes frente a un cambio de unidades físicas, el teorema de pi (Buckingham, [1914]) establece que la forma general de estas soluciones es

$$f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n) = 0 \quad (54)$$

donde f es una función arbitraria cuyos argumentos son los llamados grupos adimensionales; monomios formados por agrupaciones de parámetros de dimensión nula (Palacios [1955, 1964], Sedov [1960], Sonin [1992], Price [2003], Gilmore [2004], Gibbings [2011], y Alhama y Madrid [2012]).

En la actualidad, la búsqueda habitual de estos grupos se lleva a cabo básicamente mediante tres procedimientos: el análisis dimensional, la adimensionalización de las ecuaciones de gobierno y la experimentación. En el primero, se parte de la lista de variables y parámetros relevantes a los que se les asigna ecuaciones dimensionales bajo una base dimensional propia de la teoría en la que se incardina el fenómeno físico; tras ello, mediante un sencillo procedimiento algebraico, se construye el menor número de agrupaciones independientes de parámetros y variables que son los grupos adimensionales buscados. El protocolo de aplicación y las bases axiomáticas sobre las que se construye la teoría de análisis dimensional pueden encontrarse en algunos textos especializados entre los que cabe destacar el de Palacios [1964].

En el procedimiento de adimensionalización de las ecuaciones de gobierno, tras una adecuada elección de las magnitudes de referencia para definir (normalizar) las variables dependientes e independientes, se sustituyen estas últimas en las ecuaciones para establecer el modelo matemático en forma adimensional. Tras promediar los términos derivativos a la unidad, y las variables que no figuran dentro de dichos términos a un valor característico conveniente, se establecen los distintos coeficientes de los términos derivativos de la ecuación, asignándoles de forma natural un mismo orden de magnitud en virtud del propio balance. El menor número de agrupaciones independientes formados por los cocientes de estos coeficientes son los grupos adimensionales (o monomios) buscados.

Con frecuencia, mediante su aplicación en forma clásica, tanto el análisis dimensional como la adimensionalización de ecuaciones no ha conducido invariablemente a los grupos más precisos (ni al menor número de ellos) sino que, más bien, la obtención de dichos grupos ha sido fruto de trabajosos experimentos posteriormente confirmados con estos protocolos de búsqueda. Además, no ha sido posible atribuir a los grupos así obtenidos ni un significado físico claro en términos de balance de las magnitudes que interactúan en el problema ni, en consecuencia, un orden de magnitud unidad (el valor numérico arbitrario de estos grupos parece depender, en general, de la geometría de cada escenario particular).

La expresión general del teorema de pi, $f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n) = 0$, es consistente con la búsqueda de soluciones de ciertas incógnitas sin más que añadir éstas a la lista relevante de variables. Su inclusión

permite deducir un nuevo monomio que contiene la incógnita buscada, $\pi_{1,inc}$, reduciendo la solución del análisis dimensional a la forma

$$\pi_{1,inc} = f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n) \quad (55)$$

en la que los argumentos $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ son los monomios procedentes de la lista relevante de variables excluyendo la incógnita. Mediante este protocolo pueden deducirse expresiones para diferentes incógnitas introduciendo sus formas adimensionales como nuevos monomios $\pi_{2,inc}, \pi_{3,inc}, \dots$. Por otro lado, los argumentos $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ deben contener las variables adimensionales tiempo y espacio cuando las incógnitas buscadas dependen de estas variables. Más tarde, la aplicación directa de esta técnica para obtener el grado medio de consolidación permitirá aclarar estas afirmaciones.

La adimensionalización, sin embargo, no busca en general expresiones del tipo anterior, $\pi_{1,inc} = f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$, sino directamente la obtención de los grupos adimensionales del problema $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ mediante una manipulación relativamente sencilla de las ecuaciones.

1.6.2. El tiempo característico en consolidación

La discriminación no es más que la asunción como magnitudes independientes, en la base dimensional de la teoría estudiada, de aquellas que o bien son de carácter vectorial (coordenadas, velocidades, fuerzas...) o bien están asociadas a magnitudes escalares (en teoría, de la misma ecuación dimensión) de naturaleza bien diferenciada.

La discriminación sin embargo, en su acepción más básica, es un concepto muy antiguo cuyas primeras ideas atribuidas a Williams [1892], se retoman décadas más tarde por Huntley [1952] y Runge [1952] y, posteriormente, con mayor profundidad por Palacios [1955, 1964]. Entre los autores más recientes que han trabajado en mayor o menor grado este concepto podemos citar a Arenas [1970], Herranz y Arenas [1989, 2003], Madrid y Alhama [2005, 2008], Prieto y col. [1994], Mills [1995], Potter y Wiggert [1997] y Martynenko y Khramtsov [2005].

Cabe atribuir a Palacios y a sus seguidores una parte esencial de la aplicación del concepto de discriminación a numerosos ejercicios en todas las ramas de la Física (Palacios, [1964], Herranz y Arenas [2003]). Alhama y Madrid [2012], por otro lado, introducen un cambio cualitativo de la discriminación en el análisis dimensional, asumiendo esencialmente nuevas magnitudes en la base dimensional (ángulo, superficie...) no aceptadas hasta la fecha, y quienes conjugan discriminación y adimensionalización normalizada de ecuaciones como una técnica alternativa y segura para deducir los grupos adimensionales más precisos, atribuyendo a los mismos tanto un claro significado físico como un orden de magnitud unidad en general. Las aplicaciones en su texto a innumerables problemas en el campo de la dinámica de fluidos y la transmisión de calor así lo atestiguan

En relación con el tiempo característico de consolidación la mayor parte de los autores proceden del mismo modo, presentando la deducción formal de la ecuación de consolidación y su solución analítica en suelos de espesor finito para, a continuación, dar nombre al factor adimensional que emerge como argumento de la solución, $c_v \cdot t / H^2$. Así, es un hecho que los autores no hacen referencia alguna a un hipotético proceso de adimensionalización.

En este sentido Terzaghi (Terzaghi y col. [1996]) afirma lo siguiente " $c_v \cdot t / H^2$ is a pure number called the time factor" (" $c_v \cdot t / H^2$ es un número puro denominado factor tiempo"), mientras que Taylor (Taylor [1984]), algo más explícito, escribe "... t appears as a multiple of c_v / H^2 , which is a constant for any given case. Analysis of the units involved in $c_v \cdot t / H^2$ shows that this is a dimensionless number, and it is call the time factor" ("... t emerge como un múltiplo de c_v / H^2 , que se mantiene constante para cada problema. El análisis de las unidades involucradas en $c_v \cdot t / H^2$ demuestra que se trata de un número adimensional al que se llama factor tiempo").

También, Berry y Reid [1987] dicen " t is the dimensionless vertical time factor defined by $t' = c_v \cdot t / H^2$ " (" t es el factor tiempo adimensional vertical definido por $t' = c_v \cdot t / H^2$ "), mientras que Atkinson [1993], no hace referencia alguna al tema. Más tarde, Azizi [2000] menciona lo siguiente: "... $c_v \cdot t / H^2$ representing a time factor ... Because the (dimensionless) time factor is time dependent, the solution yields the precise dissipation with time of excess water pressure u at any depth z " ("... $c_v \cdot t / H^2$ representa un factor tiempo... Merced a que el factor tiempo (adimensional) es dependiente de t , la solución establece la disipación temporal del exceso de presión de agua u a cualquier profundidad z "). Por último, Juárez y Rico (Juárez-Badillo y Rico [2001]) dicen que los factores z/H y $c_v \cdot t / H^2$ que aparecen en la solución de la ecuación de consolidación son cantidades adimensionales y llaman al segundo factor tiempo.

Algo más explícitos sobre el tema son los autores Sagaseta, Cañizal y da Costa (Sagaseta y col. [2007]) y Muir Wood (Muir Wood [2009]). Los primeros, tras deducir la ecuación de consolidación, introducen las variables adimensionales $z' = z/H$, $t' = c_v \cdot t / H^2$ y $u' = (u_o - u) / u_o$, donde u_o es la presión intersticial en exceso inicial (a la variable u' la llaman grado de consolidación). Con estas variables obtienen una ecuación universal (normalizada). El segundo, en relación con la ecuación de consolidación afirma: "We can take this equation more universal by replacing our variables u , z and t by non-dimensional variables $u' = u / u_o$ (u_o being a reference pore pressure, typically the initial uniform excess pore pressure), $z' = z / H$, $t' = c_v \cdot t / H^2$ where t' emerges as a dimensionless time factor" ("Podemos hacer esta relación más universal reemplazando nuestras variables u , z y t por las variables adimensionales $u' = u / u_o$ (siendo u_o una presión de poros de referencia, típicamente el exceso de presión intersticial inicial uniforme en el dominio), $z' = z / H$, $t' = c_v \cdot t / H^2$ donde t' emerge como un factor de tiempo adimensional"). El objetivo de estos autores es obtener la ecuación de gobierno adimensional y para ello siguen un correcto procedimiento de adimensionalización.

Finalmente citamos a Scott [1963], único autor que presenta un procedimiento de adimensionalización más formal, sólo para el caso 1-D en coordenadas rectangulares, similar al que seguimos a continuación. Este autor, en primer lugar, compara la ecuación de consolidación con la de conducción transitoria del calor, estableciendo la similitud entre difusividades (coeficiente de consolidación, c_v , y difusividad térmica), único coeficiente que caracteriza el proceso transitorio en ambos problemas. Después, afirma: *“Because of the linearity of the equation, it is appropriate to normalize the various parameters to make the equation nondimensional. In this way, the solution obtained in terms of dimensionless parameters is in a more suitable form for general applications. The normalization in one-dimensional terms, for example, is accomplished by relating the variables to the characteristic constants of the system as follow: An arbitrary constant value of pore pressure u_o is chosen and a dimensionless pressure variable (u') is defined such that $u'=u/u_o$. Next, a characteristic length H in the system is selected to give a dimensionless length variable, $z'=z/H$. Finally, choosing an arbitrary time constant t_o , we are able to obtain a dimensionless time variable, $t' = t/t_o$. Substituting these dimensionless variables in the equation of consolidation gives”* (“Merced a la linealidad de la ecuación, es adecuado normalizar los diferentes parámetros para hacer la ecuación no dimensional. De esta forma, la solución obtenida en términos de los parámetros adimensionales se presenta en una forma más adecuada para aplicaciones generales. La normalización en términos 1-D, por ejemplo, se lleva a cabo relacionando las variables con las constantes características del problema en la forma que sigue: Se elige un valor constante arbitrario de la presión de poros u_o , definiéndose una presión de poros adimensional (u') en la forma $u'=u/u_o$. A continuación, se adopta una longitud característica H para definir la variable adimensional $z'=z/H$. Finalmente, eligiendo un tiempo arbitrario constante t_o , podemos obtener una variable adimensional tiempo en la forma $t' = t/t_o$. La sustitución de estas variables adimensionales en la ecuación de consolidación conduce a”)

$$\frac{1}{t_o} \frac{\partial u'}{\partial t'} = \frac{c_v}{H^2} \frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2} \quad (56)$$

“It is apparent that one of the characteristic constants can be selected for convenience to make $t_o = H^2/c_v$ and therefore writes the former equation as” (“Es aparente que una de las constantes características puede ser seleccionada a conveniencia para hacer $t_o = H^2/c_v$ y de aquí escribir la ecuación anterior en la forma”)

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} = \frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2} \quad (57)$$

“ t' , usually called time factor is redefined to be $t' = c_v t/H^2$ ” (“ t' , denominado generalmente factor tiempo, es redefinido como $t' = c_v t/H^2$ ”). Así, este autor introduce dos valores arbitrarios de presión y tiempo (u_o y t_o) como referencias para definir las variables adimensionales u' y t' ; éstas, junto con la variable adimensional z' , se introducen en la ecuación para deducir su forma adimensional de la que, por conveniencia (esta conveniencia consiste en igualar a la unidad el único parámetro que caracteriza la ecuación adimensional, una forma de hacerla universal), se obtiene el valor de t_o .

1.6.3. Los grupos en escenarios rectangulares multicapa con mechas parcialmente penetrantes

En relación con la Figura 1.7 y las ecuaciones (24a) a (27), referidas a un escenario monocapa de un suelo de propiedades anisótropas, las referencias para adimensionalizar las variables x , y , z y u , explícitas en el enunciado del problema, son a , b , H y u_o (exceso de presión intersticial inicial), respectivamente. En relación con el tiempo, adoptamos cualquiera de las referencias comunes $H^2/c_{v,z}$, para el flujo vertical, $a^2/c_{v,h}$ o $b^2/c_{v,h}$, para el flujo horizontal. Así, sustituyendo las variables adimensionales

$$x' = \frac{x}{a}, \quad y' = \frac{y}{b}, \quad z' = \frac{z}{H}, \quad u' = \frac{u}{u_o}, \quad t' = \frac{t c_{v,z}}{H^2} \quad (58)$$

en la ecuación de gobierno y simplificando, resulta

$$\left(\frac{c_{v,z}}{H^2}\right) \frac{\partial u'}{\partial t'} = \left(\frac{c_{v,z}}{H^2}\right) \frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2} + \left(\frac{c_{v,h}}{a^2}\right) \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \left(\frac{c_{v,h}}{b^2}\right) \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \quad (59)$$

Esta ecuación adimensional muestra en primer lugar que su solución no depende del exceso de presión intersticial inicial, u_o . Asumiendo que los cambios de u' en todo el dominio (términos fuera de paréntesis en la expresión anterior) son de orden de magnitud unidad, los coeficientes de los términos de la ecuación, cuya unidad de medida es la inversa del tiempo, son del mismo orden de magnitud. A partir de esta ecuación de gobierno, junto con la condición de contorno correspondiente a la mecha drenante, se forman los siguientes grupos adimensionales que rigen la solución del problema:

$$\pi_1 = \left(\frac{t c_{v,z}}{H^2}\right), \quad \pi_2 = \left(\frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2}\right), \quad \pi_3 = \left(\frac{a}{b}\right), \quad \pi_4 = \left(\frac{c}{a}\right), \quad \pi_5 = \left(\frac{d}{H}\right) \quad (60)$$

La forma adimensional de cualquier incógnita de interés (por ejemplo el tiempo característico de consolidación, t_o) dependerá forzosamente de los grupos π_2 , π_3 , π_4 y π_5 . Si definimos

$$\pi_{1,t_o} = \left(\frac{t_o c_{v,z}}{H^2}\right) \quad (61)$$

la solución es

$$\pi_{1,t_o} = f(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5) \quad (62a)$$

o bien

$$t_o = \left(\frac{H^2}{c_{v,z}}\right) f\left(\frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2}, \frac{a}{b}, \frac{c}{a}, \frac{d}{H}\right) \quad (62b)$$

Eventualmente, si se trata de una incógnita dependiente del tiempo (como el grado medio de consolidación, \bar{U}) también dependerá del grupo π_1

$$\bar{U}(t) = \psi \left\{ \left(\frac{t}{H^2}, \frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2}, \frac{a}{b}, \frac{c}{a}, \frac{d}{H} \right) \right\} \quad (63a)$$

o alternativamente del grupo

$$\pi_{1,t_0} \bar{U}(t) = \psi \left\{ \left(\frac{t}{t_0}, \frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2}, \frac{a}{b}, \frac{c}{a}, \frac{d}{H} \right) \right\} \quad (63b)$$

y si se trata de una incógnita dependiente del tiempo y de la posición (como el grado local de consolidación, U) dependerá de los monomios $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5$ y de las coordenadas adimensionales z', x' e y' . Así,

$$U(x, y, z, t) = \psi \left\{ \left(\frac{t}{H^2}, \frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2}, \frac{a}{b}, \frac{c}{a}, \frac{d}{H}, \frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{H} \right) \right\} \quad (64a)$$

o alternativamente

$$U(x, y, z, t) = \psi \left\{ \left(\frac{t}{t_0}, \frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2}, \frac{a}{b}, \frac{c}{a}, \frac{d}{H}, \frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{H} \right) \right\} \quad (64b)$$

A la vista de las expresiones anteriores, vemos como cualquier variable que deseemos representar gráficamente depende de un elevado número de monomios (t_0 depende de 4, \bar{U} de 5 y U de 8), lo cual hace prácticamente inabordable la representación de unos ábacos universales que nos aporten las soluciones deseadas en función de todos los posibles cambios de estos grupos. En las aplicaciones del Capítulo 3 se abordarán escenarios con o sin mechas en los que es posible obtener curvas universales de consolidación a partir de los conceptos expuestos en este apartado.

1.6.4. Pasos de la adimensionalización discriminada

Su aplicación se resume en los siguientes:

- Elección de las magnitudes de referencia para las variables dependientes e independientes de forma que el rango de valores de las variables adimensionales definidas a partir de ellas esté confinado y cubra el intervalo $[0,1]$. Si no existen referencias explícitas en el enunciado del problema se introducen referencias incógnitas (llamadas magnitudes ocultas). Como consecuencia de esta norma, las variables de carácter vectorial se discriminan, es decir, sus referencias no son necesariamente las mismas.
- Sustitución de las variables dimensionales por las nuevas adimensionales en la ecuación de gobierno.

- Separación de cada término de la ecuación en dos factores, uno que contiene las variables adimensionales y sus cambios (sucesivas derivadas) y otro formado por la agrupación de parámetros geométricos y físicos del problema con la misma ecuación dimensional (mismas unidades de medida) en cada término.
- Listado de los diferentes coeficientes formados por los parámetros (tantos como términos de la ecuación). Asumiendo que, en cada término de la nueva ecuación adimensional, los factores asociados a las variables adimensionales y sus cambios son de orden de magnitud unidad (merced al primer paso), se induce que los coeficientes anteriores han de ser del mismo orden de magnitud (no necesariamente la unidad).
- Deducción del conjunto completo de grupos (números) adimensionales que rigen el problema dividiendo pares independientes de estos coeficientes. Existirán tantos grupos como coeficientes menos uno y serán adimensionales (merced a la misma dimensión de los coeficientes) y de orden de magnitud unidad. Precisamente esta última propiedad de los grupos es la que permite determinar el orden de magnitud de las incógnitas (referencias) introducidas en la definición de las variables adimensionales.

Capítulo 2

Funcionamiento de SICOMED_3D

2.1. Estructura del programa SICOMED_3D

El software SICOMED_3D, acrónimo de “Simulación de CONsolidación con MEchas Drenantes”, permite simular el problema de consolidación 3-D con mechas drenantes verticales en suelos heterogéneos formados por 1, 2 ó 3 capas de una manera rápida, simple e intuitiva, en comparación con otros programas de cálculo numérico que, al ser más generalistas, requieren de una importante carga de trabajo para introducir correctamente el modelo a calcular. El programa prevé en un futuro próximo la inclusión de escenarios de consolidación radial 1D y 2D usando geometrías cilíndricas. Por otro lado, los términos usados para la nomenclatura de parámetros, variables y otros comandos se han escrito en inglés para dar mayor versatilidad de uso y mejor comprensión para alumnos extranjeros, así como para introducir a los nuestros en la terminología en inglés de los conceptos usados.

Mediante una sencilla interfaz gráfica, el usuario establece las características geométricas y físicas del suelo, la carga aplicada al terreno y el mallado del modelo, así como algunos parámetros necesarios para la resolución numérica como, por ejemplo, los tiempos inicial y final de la simulación. Una vez terminada la etapa de cálculo, el programa permite conocer una gran variedad de resultados: evolución de asientos en la superficie del terreno, exceso de presión intersticial en cualquier punto de medio y grado medio de consolidación, entre otros.

La Figura 2.1 presenta un esquema en bloques del funcionamiento básico del programa. Una vez iniciado se puede definir y guardar un escenario de consolidación de geometría rectangular de una o dos dimensiones, con o sin mechas drenantes, o cargar uno ya creado con anterioridad llamando al

fichero correspondiente. En ambos casos, y una vez introducidos los parámetros físicos y geométricos así como el resto de datos necesarios si se trata de un nuevo escenario, se procede a la creación del archivo del modelo y a su simulación a través del código libre NgSpice, para obtener las soluciones numéricas de las distintas variables de interés (respuesta del terreno) de forma gráfica o tabulada.

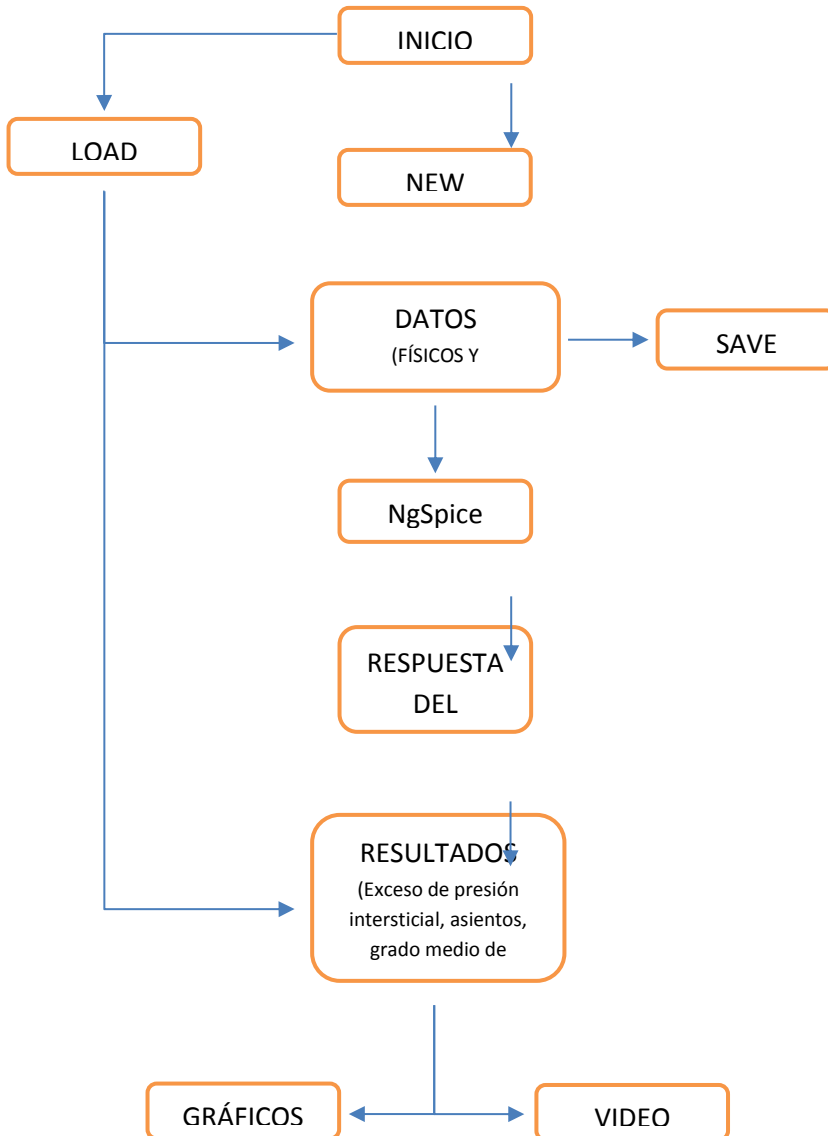


Figura 2.1 Diagrama de funcionamiento de SICOMED_3D

2.2. Creación de archivos de modelos

2.2.1. Presentación del programa

La ejecución de SICOMED_3D, cuyo icono se muestra en la Figura 2.2, da entrada al programa por medio de la pantalla de la Figura 2.3, “Consolidation3D”, con la que se inicia el diseño de un nuevo modelo o se selecciona un modelo ya existente almacenado en el directorio programa. Los botones de acceso al usuario son dos: “File” y “Help”.

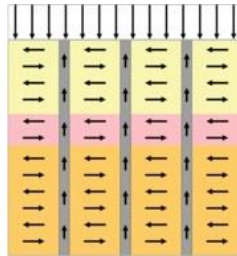


Figura 2.2 Icono del programa SICOMED_3D

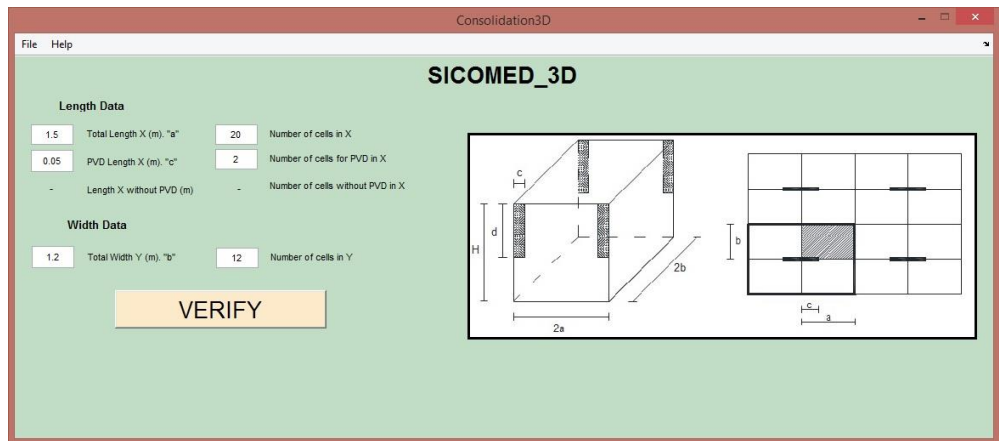


Figura 2.3 Pantalla de inicio de SICOMED_3D

Con el primero, Figura 2.4, se opta bien por iniciar un nuevo modelo introduciendo los datos físicos y geométricos del problema (opción “New”) o bien por importar modelos ya existentes en otras carpetas (opción “Load”), indicando la ruta de acceso al archivo que deseamos cargar. Con este primer botón también se da al usuario la posibilidad de guardar (en la carpeta raíz donde esté instalado el programa) el modelo creado (o modificado) mediante la opción “Save”, así como cargar una representación

gráfica resultante de un modelo ya calculado anteriormente (opción “Load Figure”). Finalmente, mediante la opción “Close” se cierra el programa SICOMED_3D.

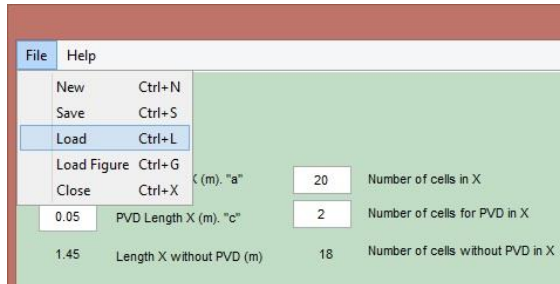


Figura 2.4 Detalle de las opciones del botón “File”

Con el segundo, Figura 2.5, se puede consultar una rápida guía de ayuda (opción “Quick Help”) en la cual se da respuesta a las dudas más habituales que se le pueden presentar al usuario. La opción “Website” da acceso a la página web del programa, donde se puede encontrar una completa guía de la utilización del programa, con ejemplos resueltos, así como posibles actualizaciones o revisiones del programa.

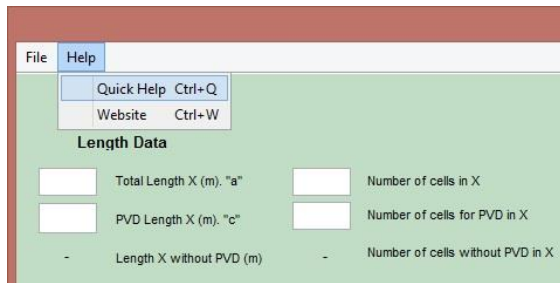


Figura 2.5 Detalle de las opciones del botón “Help”

2.2.2. Introducción de datos

Primera pantalla de introducción de datos

La primera pantalla de introducción de datos corresponde a la pantalla de inicio que aparece nada más arrancar el programa, tal y como puede verse en la Figura 2.6. En esta pantalla se introducen los datos correspondientes a la geometría en planta del problema: separación entre mechas, separación entre hileras de mechas (la disposición en planta corresponde a una geometría rectangular) y ancho de la mecha. Para todos estos datos se ha de aportar el número de celdas (un reticulado no necesariamente igual) en que se divide cada longitud.

Figura 2.6 Primera pantalla de introducción de datos. Geometría en planta del problema

La simetría en planta del problema permite la simplificación del modelo de cálculo reduciéndolo a una única mecha drenante, en la forma que se esquematiza en la Figura 2.7. De esta manera, los datos a introducir por el usuario son: semi-separación entre mechas (a), semi-separación entre hileras (b) y semi-ancho de la mecha drenante (c).

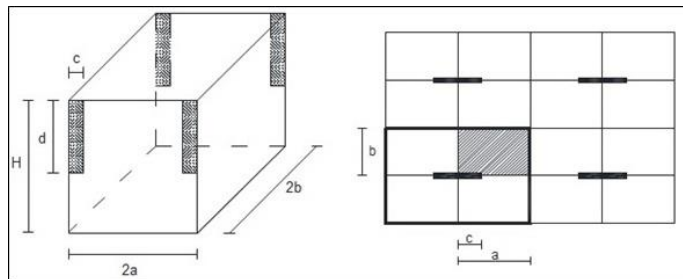


Figura 2.7 Esquema físico del proceso de consolidación 3-D (región de suelo con mechas drenantes verticales parcialmente penetrantes y disposición en planta rectangular)

Los datos se introducen en las casillas habilitadas al respecto (Figura 2.6) y que pasamos a describir a continuación. Como símbolo de separación para las cifras decimales se ha de utilizar el punto.

Length Data

- Total Length X (m): semi- separación entre mechas. La magnitud " a " de la Figura 2.6.
- Number of cells in X (m): número de celdas en el que queremos dividir la longitud anterior.
- PVD Length X (m): semi-ancho de la mecha drenante. La magnitud " c " de la Figura 2.6.

-Number of cells for PVD (m): número de celdas en el que queremos dividir la longitud anterior.

Width Data

-Total Width Y (m): semi-separación entre hileras de mechas. La magnitud “b” de la Figura 2.6.

-Number of cells in Y (m): número de celdas en el que queremos dividir la longitud anterior.

Una vez se han introducido todos estos datos, es necesario pulsar el botón “**VERIFY**” para que el programa actualice y compruebe que los datos relativos a la separación entre mechas y el ancho de mecha son coherentes (Figura 2.8). Tras esta verificación, aparece el botón “**CONTINUE**” con el cual pasamos a la segunda pantalla de introducción de datos.

Figura 2.8 Primera pantalla de introducción de datos. Verificación de datos

Segunda pantalla de introducción de datos

En ésta se introducen todos los datos relacionados con la geometría del problema en profundidad. Básicamente, se encuentra ordenada en 3 partes diferenciadas, cada cual de las cuales se activa al utilizar su correspondiente botón desplegable. Estos botones desplegables son 3, Figura 2.9, y sus funciones son:

-**Number of layers**: permite establecer el número de capas (o estratos) distintas del problema a analizar. El programa puede asumir problemas de 1, 2 ó 3 capas. Figura 2.10.

-**Cvi and Chi Data**: mediante este desplegable, Figura 2.11, se indica al programa si los valores de los coeficientes de consolidación (vertical y horizontal) van a ser introducidos directamente “known Cvi and Chi” o a partir de los parámetros que forman el coeficiente de consolidación, en cada caso, “known Kvi, Khi, e0i and avi”. Esta segunda opción habilita, tras realizar la simulación, realizar un análisis adicional para conocer los asientos reales que se producen en el escenario (mediante la primera opción

sólo se podrá analizar la evolución del exceso de presión intersticial y obtener el grado de consolidación promedio).

-Penetration of the drain: permite establecer la profundidad de penetración de la mecha drenante, Figura 2.12. Hasta cuatro opciones se le pueden ofrecer al usuario, en función del número de capas que haya elegido: mecha parcialmente penetrante en el primer estrato (superior), mecha totalmente penetrante hasta el primer estrato (superior), mecha totalmente penetrante hasta el segundo estrato (intermedio o final) y mecha totalmente penetrante hasta el tercer estrato (inferior).

The screenshot shows a software window titled "threelayerscreencvpar" with a green background and a red border. It contains several sections for data input:

- Number of layers:** A dropdown menu set to "2", an "APPLY" button, and a green indicator "2 (Layers already selected)".
- Thicknesses and numbers of cells:**
 - LAYER 1 DATA:** Fields for "Thickness of top layer (m)", "Number of cells in Z (top layer)", and "Total Thickness (m): 'H'" (displaying NaN).
 - LAYER 2 DATA:** Fields for "Thickness of bottom layer (m)", "Number of cells in Z (bottom layer)", and "Total Number of cells in Z" (displaying NaN).
- Cvi and Chi Data:** A dropdown menu set to "Known Kv, Khl, e0i &...", an "APPLY" button, and a green indicator "2 (Cv option selected)".
- Coefficients of permeability (hydraulic conductivity), coefficients of compressibility and initial void ratios:**
 - Fields for "kv of top layer (m/year)", "kh of top layer (m/year)", "av of top layer (m²/N)", and "e0 of top layer" (displaying NaN).
 - Fields for "kv of bottom layer (m/year)", "kh of bottom layer (m/year)", "av of bottom layer (1/N)", and "e0 of bottom layer" (displaying NaN).
 - Fields for "Cv of top layer (m²/year)" and "Ch of top layer (m²/year)" (displaying NaN).
 - Fields for "Cv of bottom layer (m²/year)" and "Ch of bottom layer (m²/year)" (displaying NaN).
- Penetration of the drain:** A dropdown menu set to "Fully penetrating the top layer", a green indicator "2 (PVD option selected)", and a "VERIFY" button.
- At the bottom, there are "BACK" and "CONTINUE" buttons.

Figura 2.9 Segunda pantalla de introducción de datos. Propiedades de los estratos y penetración de la mecha

The screenshot shows a software window titled 'threelayerscreencvpar'. It has a green background and a red border. At the top left, there is a section 'Number of layers' with a dropdown menu showing '3' selected. To the right of the dropdown is an 'APPLY' button and a green box with the number '3' and the text '(Layers already selected)'. Below this, there are three columns of input fields for 'LAYER 1 DATA', 'LAYER 2 DATA', and 'LAYER 3 DATA'. Each column has three rows of input fields with labels. The first row is 'Thickness of top layer (m)', the second is 'Number of cells in Z (top layer)', and the third is 'Total Thickness (m). "H"'. The values entered are 1, 5, 4 for Layer 1; 2, 10, 20 for Layer 2; and 1, 5, 20 for Layer 3.

LAYER 1 DATA	LAYER 2 DATA	LAYER 3 DATA
1 Thickness of top layer (m)	2 Thickness of intermediate layer (m)	1 Thickness of bottom layer (m)
5 Number of cells in Z (top layer)	10 Number of cells in Z (intermediate layer)	5 Number of cells in Z (bottom layer)
4 Total Thickness (m). "H"	20 Total Number of cells in Z	

Figura 2.10 Selección del número de capas e introducción de datos

The screenshot shows a software window titled 'Cvi and Chi Data'. It has a green background and a red border. At the top left, there is a dropdown menu showing 'Known Cvi & Chi' selected. To the right of the dropdown is an 'APPLY' button and a green box with the number '2' and the text '(Cv option selected)'. Below this, there is a section 'Coefficients of permeability (hydraulic conductivity), coefficients of compressibility and initial void ratios'. This section contains three columns of input fields for 'kv of top layer (m/year)', 'kh of top layer (m/year)', 'av of top layer (m²/N)', 'e0 of top layer', 'Cv of top layer (m²/year)', and 'Ch of top layer (m²/year)'. The values entered are 0.02, 0.04, 0.0000063, 1.25, 0.728863, 1.45773 for Layer 1; 0.04, 0.06, 0.0000012, 1, 6.80272, 10.2041 for Layer 2; and 0.03, 0.09, 0.0000045, 0.8, 1.22449, 3.67347 for Layer 3.

Layer 1	Layer 2	Layer 3
0.02 kv of top layer (m/year)	0.04 kv of intermediate layer (m/year)	0.03 Kv of bottom layer (m/year)
0.04 kh of top layer (m/year)	0.06 kh of intermediate layer (m/year)	0.09 Kh of bottom layer (m/year)
0.0000063 av of top layer (m²/N)	0.0000012 av of intermediate layer (m²/N)	0.0000045 av of bottom layer (m²/N)
1.25 e0 of top layer	1 e0 of intermediate layer	0.8 e0 of bottom layer
0.728863 Cv of top layer (m²/year)	6.80272 Cv of intermediate layer (m²/year)	1.22449 Cv of bottom layer (m²/year)
1.45773 Ch of top layer (m²/year)	10.2041 Ch of intermediate layer (m²/year)	3.67347 Ch of bottom layer (m²/year)

Figura 2.11 Selección de la forma de introducir los coeficientes de consolidación

The screenshot shows a software window titled 'Penetration of the drain'. It has a green background and a red border. At the top left, there is a dropdown menu showing 'Fully penetrating to the intermediate layer' selected. To the right of the dropdown is a green box with the number '3' and the text '(PVD option selected)'. Below this, there is a 'VERIFY' button. At the bottom, there are two buttons: 'BACK' and 'CONTINUE'.

Figura 2.12 Selección de la profundidad de penetración de la mecha

Los datos se introducen en las casillas habilitadas al respecto (Figuras 2.9, 2.10 y 2.11) y que pasamos a describir a continuación.

Number of layers

Una vez se ha elegido el número de capas del problema (1, 2 ó 3) es necesario pulsar el botón “**APPLY**” (Figura 2.10) para que el programa actualice los cambios y habilite las casillas necesarias para el supuesto elegido.

LAYER 1 DATA

Se corresponden con los datos del estrato superior, el más cercano a la superficie del terreno.

- Thickness of top layer (m): espesor del estrato superior.
- Number of cells in Z (top layer): número de celdas en el que queremos dividir la longitud anterior.

LAYER 2 DATA

Se corresponden con los datos del estrato inferior (2 capas) o intermedio (3 capas).

- Thickness of bottom/intermediate layer (m): espesor del estrato inferior/intermedio.
- Number of cells in Z (bottom/intermediate layer): número de celdas en el que queremos dividir la longitud anterior.

LAYER 3 DATA

Se corresponden con los datos del estrato inferior (3 capas).

- Thickness of bottom layer (m): espesor del estrato inferior.
- Number of cells in Z (bottom layer): número de celdas en el que queremos dividir la longitud anterior.

Cvi and Chi Data

Una vez se ha elegido la forma de introducción de los coeficientes de consolidación es necesario pulsar el botón “**APPLY**” (Figuras 2.11, 2.13 y 2.14) para que el programa actualice los cambios y habilite las casillas necesarias para el supuesto elegido.

Primera elección: “known Cvi and Chi”. Figura 2.13. Con esta opción (c_{vi} y c_{hi} conocidos) sólo se podrá analizar la evolución del exceso de presión intersticial y obtener el grado de consolidación promedio.

LAYER 1 DATA

- Cv of top layer ($m^2/year$): coeficiente de consolidación vertical del estrato superior.
- Ch of top layer ($m^2/year$): coeficiente de consolidación horizontal del estrato superior.

LAYER 2 DATA

- Cv of bottom/intermediate ($m^2/year$): coeficiente de consolidación vertical del estrato inferior/intermedio. (2 ó 3 capas).

-Ch of bottom/intermediate ($m^2/year$): coeficiente de consolidación horizontal del estrato inferior/intermedio. (2 ó 3 capas).

LAYER 3 DATA

-Cv of bottom ($m^2/year$): coeficiente de consolidación vertical del estrato inferior. (3 capas).

-Ch of top bottom ($m^2/year$): coeficiente de consolidación horizontal del estrato inferior. (3 capas).

Cvi and Chi Data

Known Cvi & Chi **APPLY** 1 (Cv option selected)

Coefficients of consolidation

0.54	Cv of top layer ($m^2/year$)	1.12	Cv of intermediate layer ($m^2/year$)	0.12	Cv of bottom layer ($m^2/year$)
0.89	Ch of top layer ($m^2/year$)	1.56	Ch of intermediate layer ($m^2/year$)	0.33	Ch of bottom layer ($m^2/year$)

Figura 2.13 Selección de la forma de introducir los coeficientes de consolidación. c_{vi} y c_{hi} conocidos

Segunda elección: “known k_{vi} , k_{hi} , e_{oi} and a_{vi} ”. Figura 2.14. Con esta opción (k_{vi} , k_{hi} , e_{oi} y a_{vi} conocidos) se puede realizar un análisis adicional que nos permitirá conocer los asentamientos reales que se producen en el problema.

Cvi and Chi Data

Known Kvi, Khi, e0i and... **APPLY** 2 (Cv option selected)

Coefficients of permeability (hydraulic conductivity), coefficients of compressibility and initial void ratios

0.02	kv of top layer ($m/year$)	0.04	kv of intermediate layer ($m/year$)	0.03	Kv of bottom layer ($m/year$)
0.04	kh of top layer ($m/year$)	0.06	kh of intermediate layer ($m/year$)	0.09	Kh of bottom layer ($m/year$)

Coefficients of Compressibility

0.000063	av of top layer (m^2/N)	0.000012	av of intermediate layer (m^2/N)	0.000045	av of bottom layer (m^2/N)
----------	-----------------------------	----------	--------------------------------------	----------	--------------------------------

Initial void ratios

1.25	e0 of top layer	1	e0 of intermediate layer	0.8	e0 of bottom layer
------	-----------------	---	--------------------------	-----	--------------------

0.728863	Cv of top layer ($m^2/year$)	6.80272	Cv of intermediate layer ($m^2/year$)	1.22449	Cv of bottom layer ($m^2/year$)
1.45773	Ch of top layer ($m^2/year$)	10.2041	Ch of intermediate layer ($m^2/year$)	3.67347	Ch of bottom layer ($m^2/year$)

Figura 2.14 Introducción de los coeficientes de consolidación a partir de k_{vi} , k_{hi} , e_{oi} y a_{vi} .

LAYER 1 DATA

-kv of top layer ($m/year$): conductividad hidráulica vertical del estrato superior.

- kh of top layer (m/year): conductividad hidráulica horizontal del estrato superior.
- av of top layer (m^2/N): coeficiente de compresibilidad del estrato superior.
- e0 of top layer: índice de poros inicial del estrato superior.

LAYER 2 DATA

- kv of bottom/intermediate layer (m/year): conductividad hidráulica vertical del estrato inferior/intermedio. (2 ó 3 capas).
- kh of bottom/intermediate layer (m/year): conductividad hidráulica horizontal del estrato inferior/intermedio. (2 ó 3 capas).
- av of bottom/intermediate layer (m^2/N): coeficiente de compresibilidad del estrato inferior/intermedio. (2 ó 3 capas).
- e0 of bottom/intermediate layer: índice de poros inicial del estrato inferior/intermedio. (2 ó 3 capas).

LAYER 3 DATA

- kv of bottom layer (m/year): conductividad hidráulica vertical del estrato inferior. (3 capas).
- kh of bottom layer (m/year): conductividad hidráulica horizontal del estrato inferior. (3 capas).
- av of bottom layer (m^2/N): coeficiente de compresibilidad del estrato inferior. (3 capas).
- e0 of bottom layer: índice de poros inicial del estrato inferior. (3 capas).

Penetration of the drain

Con este botón desplegable se establece la profundidad de penetración de la mecha drenante, Figura 2.15. Hasta cuatro opciones se le pueden ofrecer al usuario, en función del número de capas que haya elegido.



Figura 2.15 Selección de la profundidad de penetración de la mecha

- Partially penetrating into the top layer: mecha parcialmente penetrante en el estrato superior. Posteriormente, habrá que elegir la profundidad de penetración, así como el número de celdas que se quieren dedicar a esta longitud (Figura 2.17).
- Fully penetrating the top layer: mecha totalmente penetrante hasta el estrato superior.

-Fully penetrating the bottom/intermediate layer: mecha totalmente penetrante hasta el estrato inferior/intermedio. (2 ó 3 capas).

-Fully penetrating the bottom layer: mecha totalmente penetrante hasta el estrato inferior. (3 capas).

Una vez elegida la penetración de la mecha, se ha de pulsar el botón “**VERIFY**” para que el programa actualice y compruebe que los datos relativos a los espesores y coeficientes de consolidación de los estratos son coherentes (figura 2.16). Tras esto, aparecen los botones “**CONTINUE**” y “**BACK**” con los cuales pasamos a la siguiente pantalla de introducción de datos (tercera) o retrocedemos a la anterior (primera), con la que tenemos acceso a guardar todos los datos introducidos mediante la opción “File → Save”.

The screenshot shows a software window titled 'threeayerscreencvpar' with a green background. It contains several sections for data entry:

- Number of layers:** A dropdown menu set to '3' with an 'APPLY' button and a green indicator '3' (Layers already selected).
- Thicknesses and numbers of cells:**
 - LAYER 1 DATA:** Thickness of top layer (m) [1], Number of cells in Z (top layer) [5], Total Thickness (m), "H" [4].
 - LAYER 2 DATA:** Thickness of intermediate layer (m) [2], Number of cells in Z (intermediate layer) [10], Total Number of cells in Z [20].
 - LAYER 3 DATA:** Thickness of bottom layer (m) [1], Number of cells in Z (bottom layer) [5].
- Cvi and Chi Data:** A dropdown menu set to 'Known Kvi, Khi, e0i &...' with an 'APPLY' button and a green indicator '2' (Cv option selected).
- Coefficients of permeability (hydraulic conductivity), coefficients of compressibility and initial void ratios:**
 - Coefficients of permeability:** kv of top layer (m/year) [0.02], kv of intermediate layer (m/year) [0.04], Kv of bottom layer (m/year) [0.03]; kh of top layer (m/year) [0.04], kh of intermediate layer (m/year) [0.06], Kh of bottom layer (m/year) [0.09].
 - Coefficients of Compressibility:** av of top layer (m²/N) [0.0000063], av of intermediate layer (m²/N) [0.0000012], av of bottom layer (m²/N) [0.0000045].
 - Initial void ratios:** e0 of top layer [1.25], e0 of intermediate layer [1], e0 of bottom layer [0.8].
- Penetration of the drain:** A dropdown menu set to 'Fully penetrating to the intermediate layer' with a green indicator '3' (PVD option selected).

At the bottom, there are three buttons: 'VERIFY' (highlighted with a red box), 'BACK', and 'CONTINUE'.

Figura 2.16 Segunda pantalla de introducción de datos. Verificación de datos

Adicionalmente, si se ha elegido la opción de mecha parcialmente penetrante, es necesario elegir la profundidad de penetración, así como el número de celdas que se quieren asociar a esta longitud. De esta manera, al pulsar el botón “**VERIFY**” aparecen unas casillas adicionales (Figura 2.17) a partir de las cuales se introducen los datos anteriores.

Figura 2.17 Elección de la profundidad de penetración y reticulado. Mecha parcialmente penetrante

Como se puede observar (Figura 2.17), también aparece un botón adicional, “**VERIFY DRAIN**”, con el cual se verifica que tanto la profundidad como la reticulación asociadas a la mecha son coherentes con los datos del problema (concretamente, con los del estrato superior).

Tercera pantalla de introducción de datos

En esta pantalla se introducen aquellos parámetros, relacionados con la simulación, que necesita el programa para realizar los cálculos. Figura 2.18.

Figura 2.18 Tercera pantalla de introducción de datos. Parámetros para la simulación

Simulation Data

- Uniform Load (N/m^2): carga uniformemente distribuida aplicada en superficie.
- Initial Time (years): tiempo inicial a partir del cual se desea obtener resultados.
- Final Time (years): tiempo final de cálculo y de obtención de resultados.
- Time increment for each iteration (approx.) (years): incremento de tiempo máximo entre cada iteración.
- RELTOL (determines convergence across iterations): parámetro de tolerancia relativa que utiliza el programa NgSpice para alcanzar la convergencia del problema.

Una vez se han introducidos todos estos datos se puede comenzar la simulación, pulsando el botón de cálculo “**RUN**” (Figura 2.18). También es posible retroceder a las pantallas anteriores mediante el botón “**BACK**”, tanto para modificar los datos del problema que se deseen como para guardar el modelo mediante la opción “File → Save” de la pantalla de inicio.

Al finalizar las simulaciones se podrá tener una visualización de los resultados de forma gráfica. Esta última parte del programa cuenta con una gran variedad de formas de obtención de resultados, ordenadas convenientemente de manera que el ingeniero geotécnico pueda conocer la información que necesita de una forma sencilla, rápida y precisa, tal y como veremos en el Apartado 2.4 “Pantallas de representación de resultados”.

2.2.3. Criterios para la simulación con NgSpice

El motor de cálculo del programa SICOMED_3D, NgSpice, es un potente programa de resolución de circuitos eléctricos cuya sencillez en el manejo es bien conocida por sus usuarios. Evidentemente, para diseñar y programar los circuitos a resolver hay que tener unos elementales (no necesariamente profundos) conocimientos de teoría de circuitos pero, una vez dominados estos fundamentos teóricos, la utilización de NgSpice es relativamente sencilla. NgSpice dispone de una serie de algoritmos que garantizarán la convergencia del circuito, siempre y cuando éste se encuentre bien diseñado, asegurando que la respuesta numérica como resultado de la simulación es la solución exacta del circuito o modelo, reduciendo así los errores al tamaño de la retícula (asegurando que son inferiores aproximadamente al 0.1% para reticulaciones superiores a 50 celdas en cada dirección. Por tanto, el diseño del circuito eléctrico equivalente al problema de consolidación 3-D con mechas drenantes es un paso fundamental para poder resolver el escenario planteado.

SICOMED_3D simplifica completamente esta tarea al usuario, que sólo ha de introducir las propiedades físicas y geométricas del problema, asumiendo por completo el diseño y la elaboración completa del circuito eléctrico o modelo. Sin duda ésta es en nuestra opinión una de las grandes aportaciones de SICOMED_3D: la sencillez por parte del usuario a la hora de modelar el problema de consolidación 3-D con mechas drenantes.

Sin embargo, al tratarse de un problema 3-D, la computación por parte de NgSpice puede volverse muy pesada (o, sencillamente, inaccesible) si no se dispone de potentes procesadores y memorias informáticas. Es por ello que SICOMED_3D da la opción al usuario de elegir la reticulación a emplear (una mayor reticulación aportará resultados más precisos pero a costa de mayores recursos informáticos y un mayor tiempo de computación), así como los límites temporales inicial y final del problema y el número de iteraciones.

Numero de celdas (reticulación)

Se ha constatado, después de realizar numerosas simulaciones, que un modelo compuesto por 2.000 celdas (por ejemplo, $N_x = 10$, $N_y = 10$ y $N_z = 20$) proporciona resultados suficientemente precisos en esta campo de la ingeniería, con errores del orden del 1% con las rutinas de interpolación existentes, en comparación con modelos con más celdas. Con esta reticulación, y para un número aproximado de 500 iteraciones, un procesador i7 a 3.40 GHz con 8.00 GB de memoria RAM tarda 4 minutos en resolver el problema.

Además, si se dispusiera de un equipo informático inferior al anteriormente descrito, o se deseara resolver el problema en menos tiempo, se ha comprobado que reticulaciones de 1.000 celdas, o incluso de 600 celdas, son suficientes para obtener una solución precisa, con resultados prácticamente idénticos a modelos con 2.000, 4.000 u 8.000 celdas.

No se aconseja reticular por encima de las 10.000 celdas, tamaño en el que los redondeos de datos del programa pueden hacer difícil la compatibilidad con la convergencia de las soluciones. Uno de los errores más comunes en el uso del programa.

Tiempo inicial y final de la simulación

Tiempo inicial: en principio, lo lógico es que se deseen obtener resultados desde el instante inicial en el que se aplica el incremento de carga al terreno (tiempo inicial igual a 0 años). No obstante, si el usuario así lo desea, es posible pedirle a SICOMED_3D (y, por tanto, a NgSpice) que comience a reportar resultados a partir de un tiempo superior.

Tiempo final: obviamente, éste ha de tener un valor superior al tiempo inicial. Es conveniente, para garantizar la convergencia del problema, dar a éste parámetro un valor razonable y en concordancia con el proceso que se va a simular. Es decir, si se espera (o se cree) que el tiempo de consolidación del problema va a estar en torno a los 5 años, no dar al programa como tiempo final de consolidación 100 años, ni tampoco 0.02 años.

En el caso de que, dada la complejidad del problema, no se tenga una idea, a priori, del tiempo que puede tardar el problema en consolidar, se aconseja establecer un tiempo final de 10 años. Posteriormente, una vez resuelto este primer “tanteo”, se podrá saber si este tiempo ha sido suficiente o no, realizando de nuevo la simulación pero con un tiempo final más ajustado (mayor o menor, según el caso).

Número de iteraciones

Obviamente, cuanto mayor es el número de iteraciones más tiempo tardará SICOMED_3D en alcanzar la solución del problema (aunque ésta será más precisa). Se aconseja, después de haber realizado numerosas simulaciones, que el número total de iteraciones se encuentre entre 200 y 1500. Un número inferior a 200 podría aportar soluciones imprecisas, además de no garantizar la convergencia del problema. Por el contrario, un número superior a 1500 no mejora la precisión de las soluciones, además de complicar la convergencia del problema.

Como valor de confianza, se propone utilizar 500 iteraciones. Los errores en la soluciones serán inferiores al 1 %, con tiempos de computación bajos.

Como este parámetro es introducido en el programa en forma de “máximo intervalo de tiempo entre cada iteración” (así es como se ha de especificar a NgSpice), será necesario, por tanto, realizar la siguiente operación:

$$\text{máx. intervalo de tiempo} = \frac{T_{\text{final}} - T_{\text{inicial}}}{N_{\text{iteraciones}}}$$

Tolerancia relativa (RELTOL)

Se trata de un parámetro propio de NgSpice que por defecto tiene el valor de 0.001. Se aconseja, por tanto, dar a SICOMED_3D este mismo valor.

Sólo en el caso de que, tras numerosos intentos (probando con distintas reticulaciones y número de iteraciones) no se lograra la convergencia del problema, se puede aumentar gradualmente el valor de este parámetro: 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.5 o, incluso, 1.

Se ha podido comprobar cómo, para valores inferiores a 0.1, la precisión en los resultados es prácticamente la misma, con errores inferiores al 1%. Por encima de este valor, se pueden encontrar errores más importantes, siendo éstos de hasta un 5% para RELTOL = 1.

2.3. Estructura del archivo de texto de SICOMED_3D

El archivo de texto del modelo, generado por SICOMED_3D y de cuya resolución numérica se encarga NgSpice, se ha programado conforme a las reglas de diseño NgSpice. Este archivo se puede estructurar libremente pero, para una mejor comprensión del mismo y su posible modificación por el usuario para problemas similares, se ha organizado en bloques.

El primero de todos contiene el nombre del problema, así como un listado (opcional) con los valores de los parámetros físicos y geométricos del problema. El siguiente cuadro muestra un ejemplo de este primer bloque del archivo de texto:

```
**tresDcartlinmecha.cir
** PARÁMETROS GENERALES
** Parámetros
```

El segundo bloque es un listado de los componentes del circuito, ordenados por celdas, con sus valores y otras particularidades en componentes de más de dos nodos de conexión (en los generadores o fuentes controladas se especifica la función de control). Veamos un ejemplo de este segundo bloque del archivo de texto:

```
CasientoX1Y9Z14 0 cX1Y9Z14C 1 IC=0
RasientoX1Y9Z14 0 cX1Y9Z14C 1.00e+20

RdX1Y9Z15 dX1Y9Z15 cX1Y9Z15 4900000
RuX1Y9Z15 cX1Y9Z15 dX1Y9Z16 4900000
RIX1Y9Z15 IX1Y9Z15 cX1Y9Z15 204166.6667
RrX1Y9Z15 cX1Y9Z15 IX2Y9Z15 204166.6667
RfX1Y9Z15 fX1Y9Z15 cX1Y9Z15 816666.6667
RbX1Y9Z15 cX1Y9Z15 fX1Y10Z15 816666.6667
CX1Y9Z15 cX1Y9Z15 cX1Y9Z15B 6e-10 IC=1
VnulaX1Y9Z15 cX1Y9Z15B 0 0
FasientoX1Y9Z15 0 cX1Y9Z15C VnulaX1Y9Z15 1
CasientoX1Y9Z15 0 cX1Y9Z15C 1 IC=0
RasientoX1Y9Z15 0 cX1Y9Z15C 1.00e+20

RdX1Y9Z16 dX1Y9Z16 cX1Y9Z16 9800000
RuX1Y9Z16 cX1Y9Z16 dX1Y9Z17 9800000
RIX1Y9Z16 IX1Y9Z16 cX1Y9Z16 306250
RrX1Y9Z16 cX1Y9Z16 IX2Y9Z16 306250
RfX1Y9Z16 fX1Y9Z16 cX1Y9Z16 1225000
RbX1Y9Z16 cX1Y9Z16 fX1Y10Z16 1225000
CX1Y9Z16 cX1Y9Z16 cX1Y9Z16B 2.8e-09 IC=1
VnulaX1Y9Z16 cX1Y9Z16B 0 0
FasientoX1Y9Z16 0 cX1Y9Z16C VnulaX1Y9Z16 1
CasientoX1Y9Z16 0 cX1Y9Z16C 1 IC=0
RasientoX1Y9Z16 0 cX1Y9Z16C 1.00e+20

RdX1Y9Z17 dX1Y9Z17 cX1Y9Z17 9800000
RuX1Y9Z17 cX1Y9Z17 dX1Y9Z18 9800000
```

En el tercer bloque se describen los componentes asociados a las condiciones de contorno:

```
*drenaje libre superior
VcontsupX1Y1Z20 dX1Y1Z21 0 0
VcontsupX1Y2Z20 dX1Y2Z21 0 0
VcontsupX1Y3Z20 dX1Y3Z21 0 0
.....
*Borde impermeable inferior
RcontinfX1Y1Z1 dX1Y1Z1 0 1.00e+20
RcontinfX1Y2Z1 dX1Y2Z1 0 1.00e+20
.....
*Borde impermeable izquierdo
RcontizqX1Y1Z1 lX1Y1Z1 0 1.00e+20
RcontizqX1Y1Z2 lX1Y1Z2 0 1.00e+20
.....
*Borde impermeable derecho
RcontderX10Y1Z1 lX11Y1Z1 0 1.00e+20
RcontderX10Y1Z2 lX11Y1Z2 0 1.00e+20
.....
*drenaje libre delantero (mecha)
VcontdelX1Y1Z1 fX1Y1Z1 0 0
VcontdelX1Y1Z2 fX1Y1Z2 0 0
VcontdelX1Y1Z3 fX1Y1Z3 0 0
.....
*Borde impermeable delantero
RcontdelX2Y1Z1 fX2Y1Z1 0 1.00e+20
RcontdelX2Y1Z2 fX2Y1Z2 0 1.00e+20
.....
*Borde impermeable trasero
RcontraX1Y10Z1 fX1Y11Z1 0 1.00e+20
RcontraX1Y10Z2 fX1Y11Z2 0 1.00e+20
.....
```

El cuarto bloque contiene las sentencias asociadas a la simulación: tiempo de impresión de los datos tabulados de salida (intervalo máximo de tiempo entre cada iteración), ventana de tiempos, tolerancia relativa para el cálculo, número de dígitos y el comando de comenzar la simulación:

```
.TRAN 0.02S 20S 0S 0.02S UIC  
.OPTIONS NOPAGE RELTOL=1.00e-03  
.OPTIONS NUMDGT=10  
.control  
run
```

Finalmente, el quinto bloque es un listado de los valores (resultados) solicitados en forma tabulada. Una sentencia de cierre completa el archivo del modelo:

```
set appendwrite  
wrrdata Resultados\ucXYZ v(cX1Y1Z1)  
wrrdata Resultados\ucXYZ v(cX2Y1Z1)  
.....  
wrrdata Resultados\scXYZ v(cX9Y10Z20C)  
wrrdata Resultados\scXYZ v(cX10Y10Z20C)  
. endc  
** FIN
```

2.4. Pantallas de presentación de resultados

Al finalizar las simulaciones se podrá tener una visualización de los resultados de forma gráfica. Esta última parte del programa cuenta con una gran variedad de formas de obtención de resultados, ordenadas convenientemente de manera que el ingeniero geotécnico pueda conocer la información que necesita de una forma sencilla, rápida y precisa.

El programa ofrece hasta 6 posibilidades de representación de resultados, que se seleccionan a través de una pestaña desplegable (Figura 2.19) habilitada en la pantalla de representación de resultados. Todas estas gráficas se pueden guardar como archivo de Matlab (Matlab Figure *.fig), para ser posteriormente cargados en la pantalla de inicio del programa mediante la opción “File → Load Figure”.

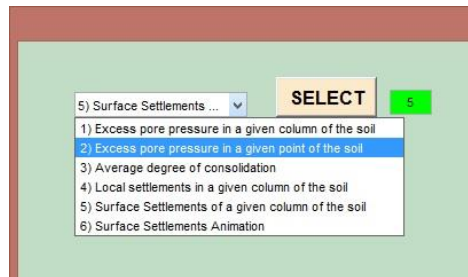


Figura 2.19 Botón desplegable para seleccionar la representación de resultados deseada

Exceso de presión intersticial en una columna de suelo

Esta opción permite obtener la evolución del exceso de presión intersticial en todas las celdas de una o dos columnas de suelo. El usuario introduce la ubicación de las columnas a representar mediante sus coordenadas en planta, X (en la dirección de la separación entre mechas) e Y (en la dirección de la separación entre hileras de mechas), así como los tiempos inicial y final de la representación gráfica. (Figura 2.20). Si las coordenadas (X, Y) introducidas no coinciden con las de la retícula generada por el programa, SICOMED_3D representará la columna de suelo más cercana a las coordenadas dadas. Una vez introducidos todos los datos, pulsamos el botón **"DRAW"** (Figura 2.20) y SICOMED_3D nos presenta la evolución del exceso de presión intersticial en todas las celdas de la columna o columnas indicadas (Figura 2.21).

The screenshot shows a software window with a light green background. At the top, there is a dropdown menu labeled '1) Excess pore pressur...' with a 'SELECT' button and a green status indicator. Below this, another dropdown menu is labeled '1 column of soil' with a 'SELECT' button and a green status indicator. Underneath, there are two input fields: 'X coordinate (m)' with the value '0.30' and 'Y coordinate (m)' with the value '0.25'. At the bottom, there are two input fields for 'Initial time' (0 Years) and 'Final time' (10 Years). A large orange button labeled 'DRAW' is centered at the bottom.

Figura 2.20 Introducción de las columnas de suelo y tiempos en los que representar la evolución del exceso de presión intersticial

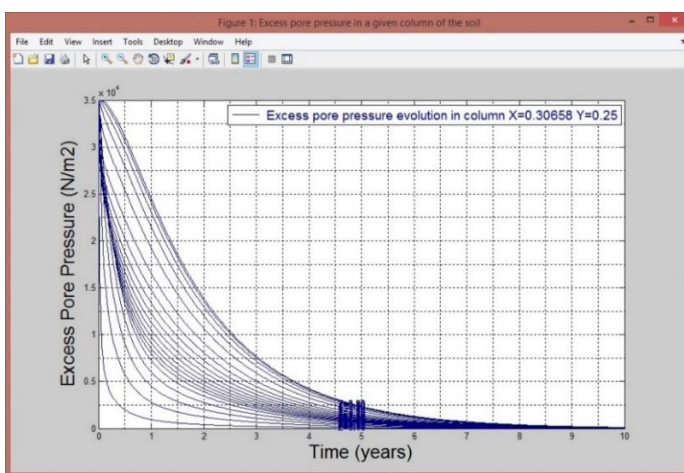


Figura 2.21 Representación del exceso de presión intersticial en una columna de suelo

Como se puede observar en la Figura 2.21, SICOMED_3D representa la evolución del exceso de presión intersticial en todas las celdas de la columna de suelo, correspondiéndose cada celda con una profundidad diferente. Para identificar la profundidad, cada línea presenta una etiqueta en la cual puede verse el valor de la coordenada Z (Figura 2.22).

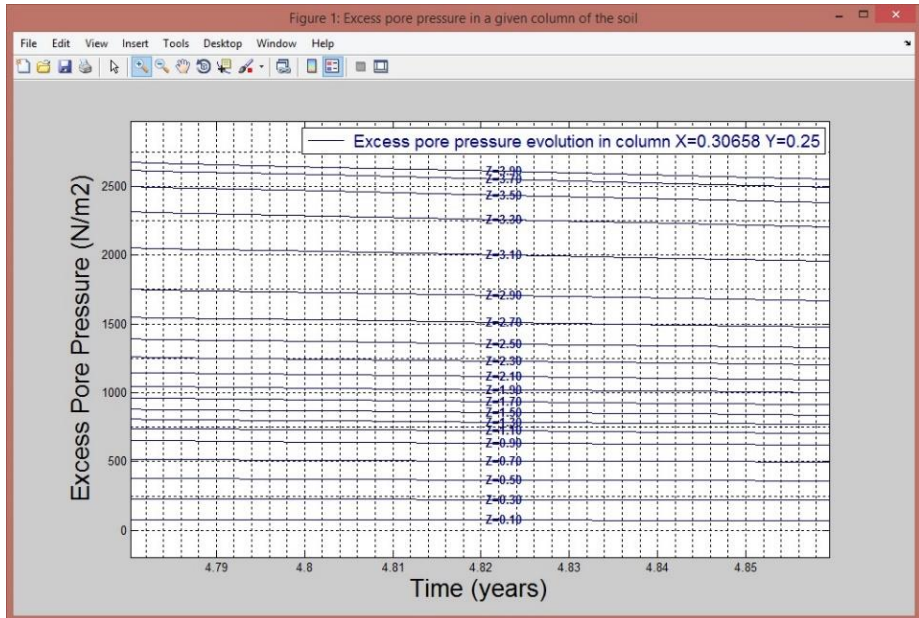


Figura 2.22 Detalle de la evolución del exceso de presión intersticial en una columna de suelo

Exceso de presión intersticial en un punto del suelo

Se trata de una variante de la gráfica anterior. En este caso se permite obtener la evolución del exceso de presión intersticial en uno, dos o tres puntos concretos del suelo, determinados por sus coordenadas (X, Y, Z). (Figuras 2.23 y 2.24).

Si las coordenadas (X, Y, Z) introducidas no coinciden con las de la retícula generada por el programa, SICOMED_3D representará el punto del suelo más cercano a las coordenadas dadas. La representación se obtiene pulsando el botón **"DRAW"** (Figura 2.23).

Representaciones

2) Excess pore pressur... **SELECT**

3 points **SELECT**

Point 1
 0.2 X coordinate (m) 0.2 Y coordinate (m) 1 Z coordinate (m)

Point 2
 0.5 X coordinate (m) 0.5 Y coordinate (m) 2.5 Z coordinate (m)

Point 3
 0.8 X coordinate (m) 0.8 Y coordinate (m) 3 Z coordinate (m)

Initial time 0 Years Final time 5 Years

DRAW

Figura 2.23 Introducción de los puntos del suelo y tiempos en los que representar la evolución del exceso de presión intersticial

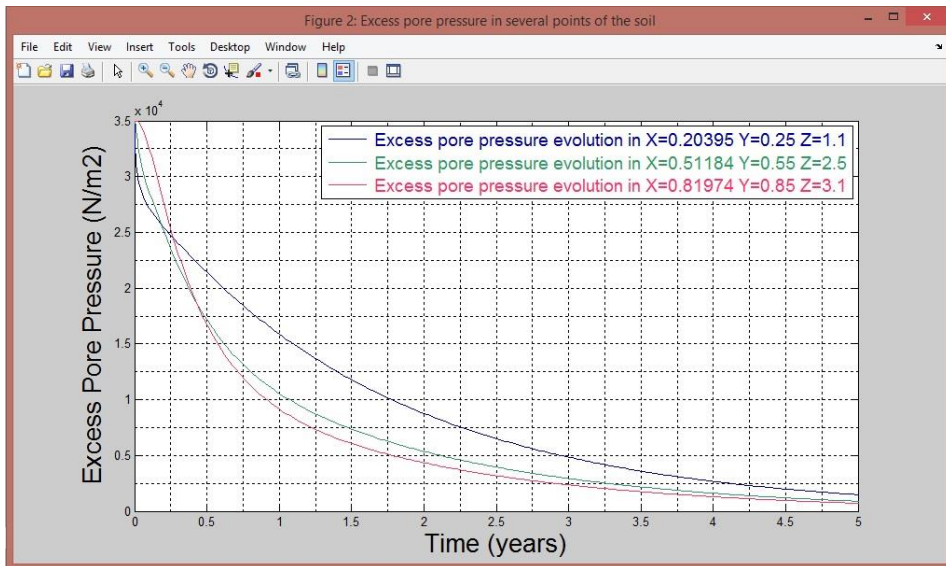


Figura 2.24 Representación de la evolución del exceso de presión intersticial en tres puntos del suelo

Grado de consolidación promedio

Mediante esta representación gráfica se visualiza la evolución del grado de consolidación promedio del terreno. Esta función nos aporta información acerca del porcentaje de consolidación alcanzado en la superficie del terreno, determinado por la relación entre el asiento promedio en cada instante y el asiento final una vez se hayan disipado todos los excesos de presión intersticial en el suelo. (Figuras 2.25 y 2.26). La representación gráfica aparece tras pulsar el botón “**DRAW**” (Figura 2.25).

The screenshot shows a software window with a light green background. At the top, there is a dropdown menu labeled '3) Average degree of c...' with a downward arrow. To its right is a yellow button labeled 'SELECT' and a green button labeled '3'. Below these, there are two input fields: 'Initial time' with the value '0' and 'Years', and 'Final time' with the value '10' and 'Years'. At the bottom center is a large yellow button labeled 'DRAW'.

Figura 2.25 Elección de los tiempos inicial y final para la representación del grado de consolidación promedio

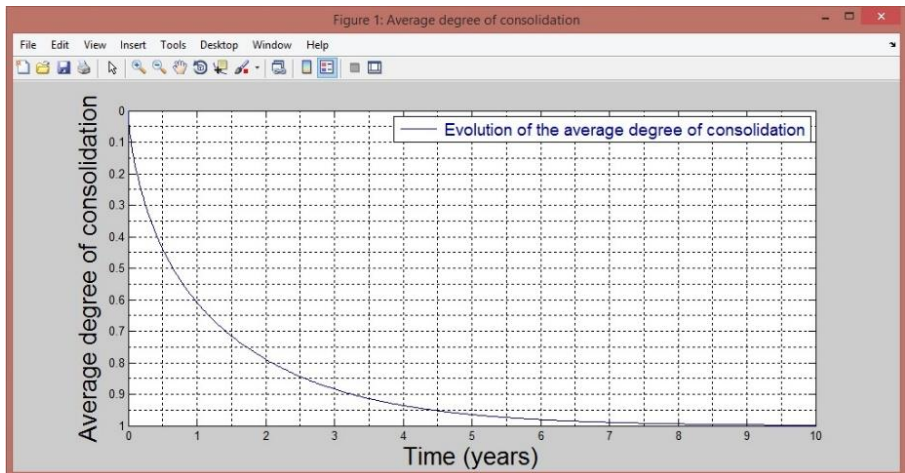


Figura 2.26 Evolución del grado de consolidación promedio

Asientos locales en una columna de suelo (sólo disponible en la opción que permite el cálculo de asientos)

Se trata de una representación análoga a la del exceso de presión intersticial en cada celda de una columna de suelo, solo que en este caso la variable representada es el asiento local (disminución de espesor de cada celda respecto de su espesor inicial), Figuras 2.27 y 2.28. La representación se obtiene pulsando el botón “**DRAW**” (Figura 2.27). Si las coordenadas (X, Y) introducidas no coinciden con las de la retícula generada por el programa, SICOMED_3D representará la columna de suelo más cercana a las coordenadas dadas.

4) Local settlements in a... **SELECT** 4

2 columns of soil **SELECT** 2

Column 1
 0.10 X coordinate (m) 0.15 Y coordinate (m)

Column 2
 0.90 X coordinate (m) 0.95 Y coordinate (m)

Initial time 0 Years Final time 5 Years

DRAW

Figura 2.27 Introducción de columnas de suelo y tiempos para representar el asiento local

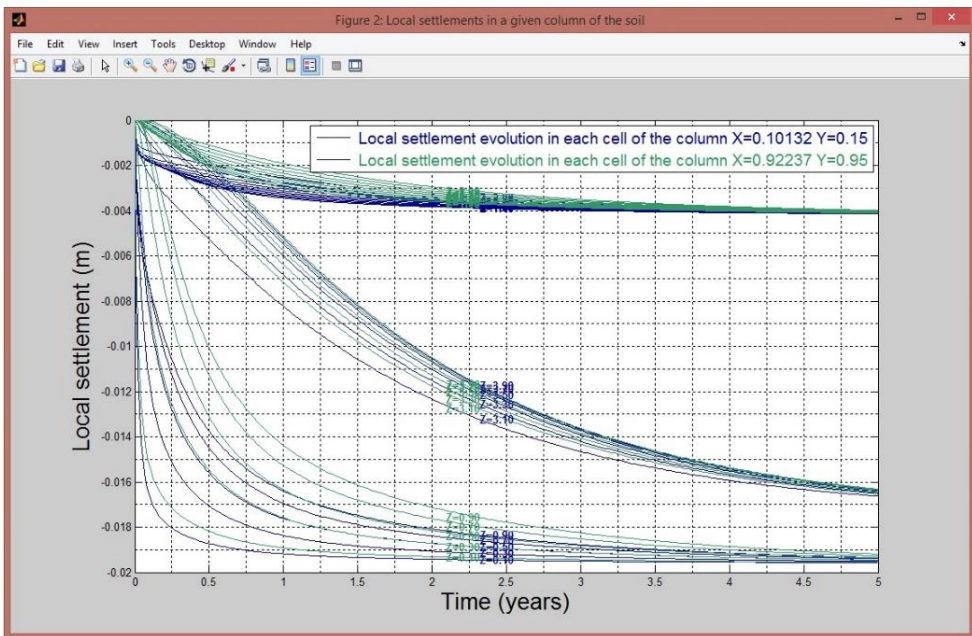


Figura 2.28 Representación de la evolución de los asientos locales en dos columnas de suelo

Asiento superficial en una columna de suelo (sólo disponible en la opción que permite el cálculo de asientos)

Con esta representación gráfica obtenemos la evolución del asiento en superficie (cómputo de la suma de todos los asientos locales) de una o dos columnas de suelo. El usuario introduce la ubicación de las columnas a representar mediante sus coordenadas X e Y, así como los tiempos inicial y final de la representación gráfica (Figura 2.29). Si las coordenadas (X, Y) introducidas no coinciden con las de la retícula generada por el programa, SICOMED_3D representará la columna de suelo más cercana a las coordenadas dadas. La representación (Figura 2.30) se muestra tras pulsar el botón “DRAW” (Figura 2.29).

The screenshot shows a software interface for inputting data for surface settlements. It includes a dropdown menu set to '5) Surface Settlements ...', a 'SELECT' button, and a green button with the number '5'. Below this is another dropdown menu set to '2 columns of soil', another 'SELECT' button, and a green button with the number '2'. The form then lists 'Column 1' with input fields for 'X coordinate (m)' (0.10) and 'Y coordinate (m)' (0.15). 'Column 2' has input fields for 'X coordinate (m)' (1.75) and 'Y coordinate (m)' (0.95). There are also input fields for 'Initial time' (0) and 'Final time' (10), both labeled 'Years'. At the bottom is a large orange button labeled 'DRAW'.

Figura 2.29 Introducción de columnas de suelo y tiempos para representar el asiento total

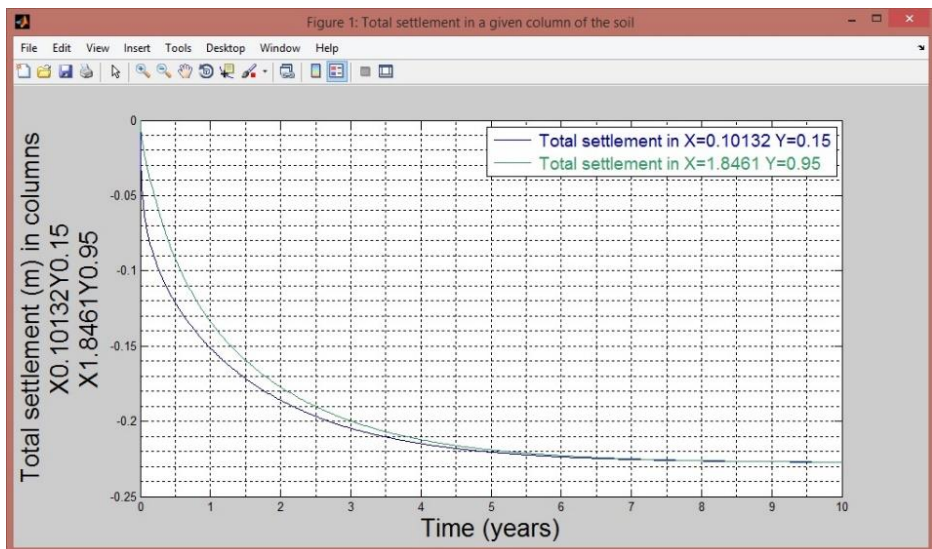


Figura 2.30 Representación de la evolución del asiento total en dos columnas de suelo

Animación de asientos superficiales (sólo disponible en la opción que permite el cálculo de asientos)
Se trata de una representación animada, donde el usuario podrá generar, reproducir e incluso guardar un archivo de video (extensión .avi), Figura 2.31, en el cual se recoge la evolución del asiento de toda la superficie del terreno, tal y como se puede ver en las capturas realizadas, Figuras 2.32 a 2.34. Además de elegir el tiempo hasta el que se quiere obtener la representación (el tiempo inicial está fijado al tiempo inicial escogido en la etapa de simulación), el programa permite escoger el número de fotogramas a utilizar, así como la velocidad con la que éstos se reproducirán en la animación de video (número de fotogramas por segundo). Figura 2.31.

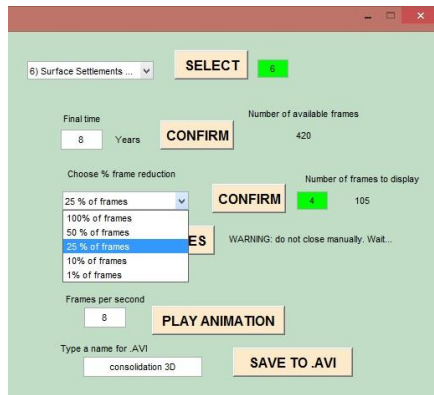


Figura 2.31 Introducción del tiempo final, número de fotogramas y velocidad de reproducción de la animación de asientos superficiales. Guardado a fichero de video .avi

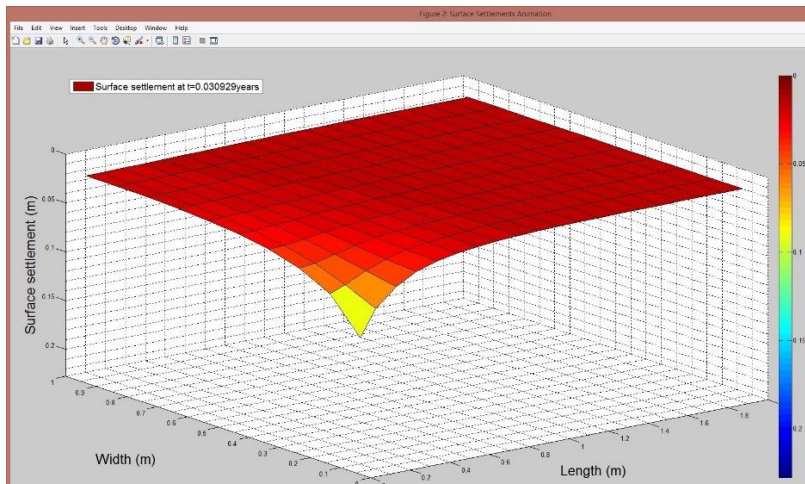


Figura 2.32 Captura de la animación de la evolución del asiento en superficie. $t = 0.03$ años

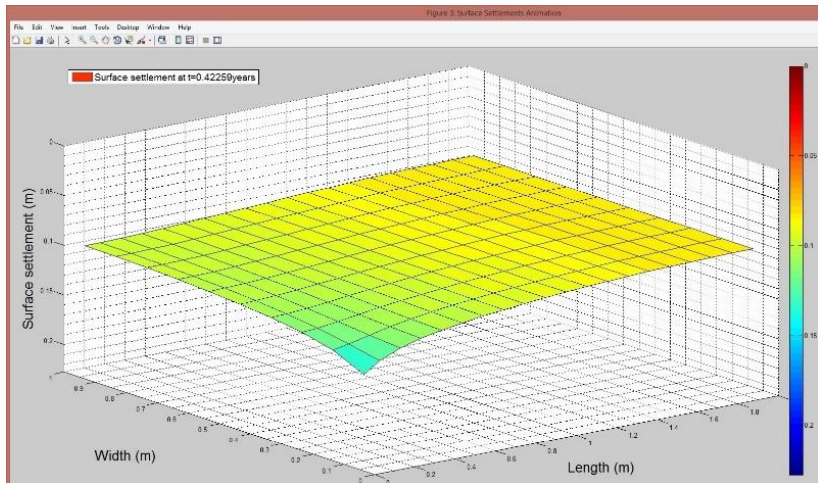


Figura 2.33 Captura de la animación de la evolución del asiento en superficie. $t = 0.42$ años

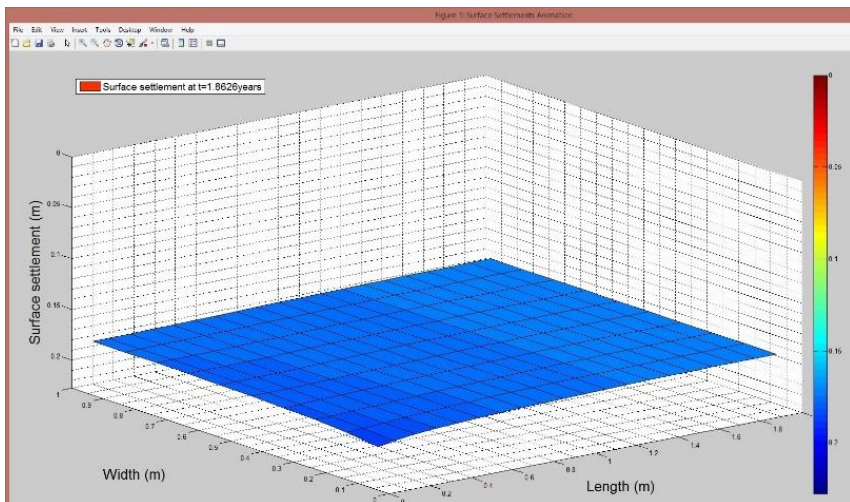


Figura 2.34 Captura de la animación de la evolución del asiento en superficie. $t = 1.86$ años

Capítulo 3

Aplicaciones docentes y de investigación

Este capítulo presenta aplicaciones del programa SICOMED_3D en su doble vertiente de docencia e investigación. Los escenarios abordados en las primeras son concretos, aunque se extienden a suelos multicapa con mechas total o parcialmente penetrantes en los que se aborda la solución del exceso de presión intersticial y del grado medio consolidación en función del tiempo real, aportando a su vez la evolución del asiento. Las aplicaciones de investigación hacen uso de los conceptos de adimensionalización discriminada, tiempo característico de consolidación y grupos adimensionales que controlan la solución de problemas de ingeniería, presentados al final del Capítulo 1, buscando soluciones más universales para algunos escenarios en los que el número de grupos influyentes no es excesivo y se puede obtener una solución mediante curvas universales.

3.1. Aplicaciones docentes

Primera aplicación: Escenario 3-D con dos capas y mecha totalmente penetrante

Enunciado

En un suelo formado por 2 capas, cuyas propiedades vienen recogidas en la Tabla 3.1, se pretende determinar el tiempo en el que se alcanza un 90% de la consolidación en promedio cuando se aplica sobre éste una carga de 45 KN/m^2 , bajo condiciones 1-D (drenaje únicamente por la superficie del terreno). Bajo estas hipótesis, se pide también representar la evolución del exceso de presión intersticial en una columna de suelo, así como determinar el valor del asiento final por consolidación.

Para acelerar el proceso de consolidación, se procede a la instalación de mechas drenantes verticales totalmente penetrantes, con un ancho de 15 cm, separadas cada 1.5 m, y en hileras que distan 2 m una de otra (disposición en planta rectangular). Bajo estas condiciones, se pide determinar el tiempo en el que se alcanza un 90% de la consolidación en promedio cuando se aplica la misma carga de 45 KN/m², representar la evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo (una próxima al dren y la otra la más alejada) así como determinar el valor del asiento final por consolidación. ¿Es posible determinar el asiento por consolidación de cada estrato?

estrato	h (m)	k_v (m/año)	k_h (m/año)	a_v (m ² /N)	e_0	c_v (m ² /año)	c_h (m ² /año)
S1 (superior)	1.5	0.027	0.045	$7,2 \cdot 10^{-6}$	1.34	0.90	1.49
S2 (inferior)	2	0.046	0.089	$5,3 \cdot 10^{-6}$	0.77	1.57	3.03

Tabla 3.1 Parámetros de las 2 capas de suelo

Solución

En primer lugar, se procede a resolver el problema de consolidación 1-D sin mechas drenantes verticales. SICOMED_3D, en su primera versión, no permite la simulación sin mecha, con lo cual salvaremos este pequeño inconveniente simulando el problema pero con una mecha de longitud despreciable (0.001 m). De esta manera, en la primera pantalla de introducción de datos será necesario introducir los valores a, b y c (semi-separación entre mechas, semi-separación entre hileras de mechas y semi-ancho de mecha), aunque no tendrán influencia alguna dado que la mecha tiene una longitud despreciable. Para mayor sencillez, elegimos los valores de a, b, y c que nos da el enunciado del problema ($a = 0.75$, $b = 1$, $c = 0.075$). Como valores para reticular en planta elegimos $N_x = 10$ (con 1 celda dedicada a la mecha) y $N_y = 10$. Figura 3.1.

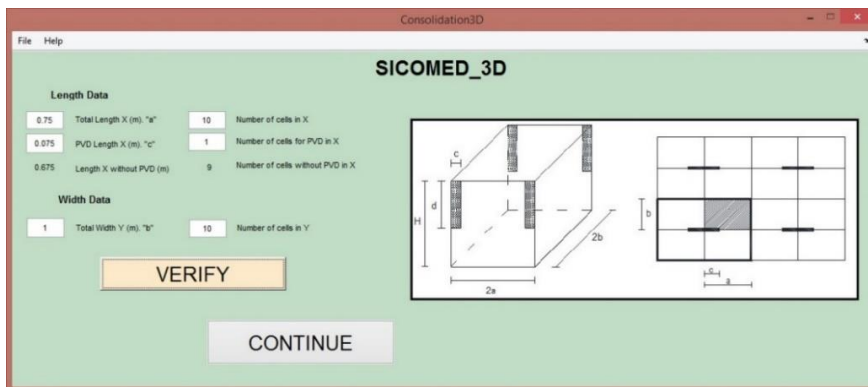


Figura 3.1 Introducción de datos en planta

A continuación, introducimos los datos relativos a las 2 capas de suelo, Figura 3.2. Se ha impuesto que las celdas del estrato superior y las del estrato inferior tengan el mismo espesor: 0.166 metros. De esta manera, el estrato superior, de 1.5 metros se divide en 9 celdas, mientras que el inferior, de 2 metros, en 12 celdas. Sin embargo, en la capa superior vamos a incluir una celda más, de tamaño despreciable (0.001 m), en la que se ubique la mecha drenante. Así, el modelo queda finalmente dividido en 2200 celdas. Finalmente, elegimos “partially penetrating into the top layer” como modo de penetración de la mecha, asignándole una longitud de 0.001 m y una celda. Figura 3.2.

threelayerscreencvpar

Number of layers
 APPLY 2 (Layers already selected)

Thicknesses and numbers of cells

LAYER 1 DATA		LAYER 2 DATA	
<input type="text" value="1.5"/>	Thickness of top layer (m)	<input type="text" value="2"/>	Thickness of bottom layer (m)
<input type="text" value="10"/>	Number of cells in Z (top layer)	<input type="text" value="12"/>	Number of cells in Z (bottom layer)
3.5	Total Thickness (m). "H"	22	Total Number of cells in Z

Cvi and Chi Data
 APPLY 2 (Cv option selected)

Coefficients of permeability (hydraulic conductivity), coefficients of compressibility and initial void ratios

<input type="text" value="0.027"/>	kv of top layer (m/year)	<input type="text" value="0.046"/>	kv of bottom layer (m/year)
<input type="text" value="0.045"/>	kh of top layer (m/year)	<input type="text" value="0.089"/>	kh of bottom layer (m/year)
Coefficients of Compressibility			
<input type="text" value="0.0000072"/>	av of top layer (m ² /N)	<input type="text" value="0.0000053"/>	av of bottom layer (1/N)
Initial void ratios			
<input type="text" value="1.34"/>	e0 of top layer	<input type="text" value="0.77"/>	e0 of bottom layer
0.895408	Cv of top layer (m ² /year)	1.56758	Cv of bottom layer (m ² /year)
1.49235	Ch of top layer (m ² /year)	3.03292	Ch of bottom layer (m ² /year)

Penetration of the drain

APPLY 1 (PVD option selected)

Drain depth of penetration in the top layer (m). "d" Number of cells of the drain

WARNING! Must be slower than 1.5 (m) WARNING! Must be slower than 10

VERIFY **VERIFY DRAIN**

Thickness of top layer without drain (m)
 Number of cells of top layer without drain

BACK **CONTINUE**

Figura 3.2 Introducción de datos de los estratos y de la mecha de tamaño despreciable

Por último, en la tercera pantalla de introducción de datos asignamos el valor de la carga (45.000 N/m^2), un tiempo final de consolidación de 10 años (como primer tanteo) y un tiempo de paso máximo entre cada iteración de 0.02 (500 iteraciones aproximadamente). Figura 3.3.



The screenshot shows a window titled "Simulationdata" with a green background. It contains several input fields and two buttons. The "Uniform Load" field is set to "45000" with the unit "(N/m²)". The "Initial Time" field is set to "0" with the unit "(Years)". The "Final Time" field is set to "10" with the unit "(Years)". The "Time increment for each iteration (approx.)" field is set to "0.02" with the unit "(Years)". The "RELTOL (determines convergence across iterations)" field is set to "0.001". At the bottom, there are two buttons: "BACK" and "RUN".

Figura 3.3 Introducción de datos para la simulación de tanteo

Tras esta primera simulación, comprobamos como el tiempo final de consolidación de 10 años no es suficiente para representar el proceso debidamente (Figura 3.4). Por lo tanto, realizaremos una segunda simulación aumentando el valor de este parámetro.

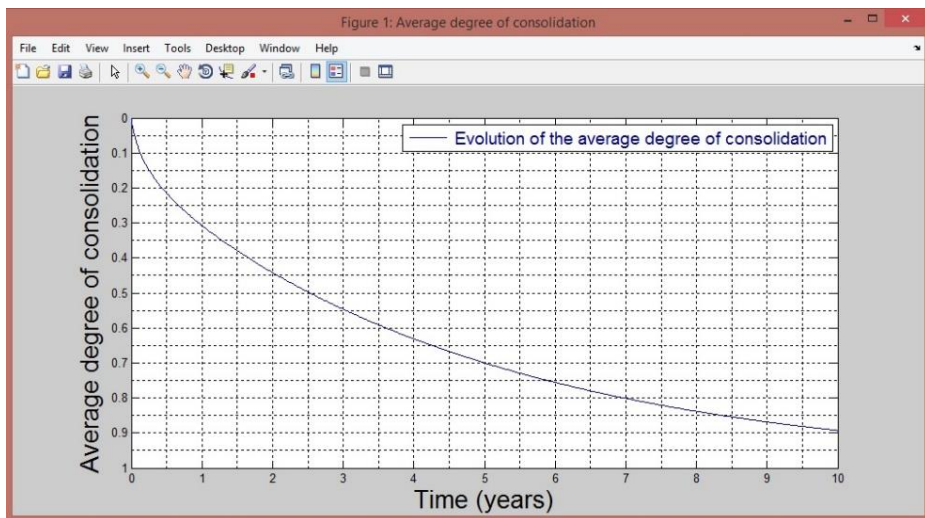



Figura 3.4 Evolución del grado medio de consolidación. Simulación de tanteo

Un valor apropiado para elegir este parámetro puede ser del orden del triple del valor del tiempo que es necesario para que se alcance un 90% de la consolidación en promedio (a la vista de la Figura 3.4, algo más de 10 años). Eligiendo, para la segunda simulación, un tiempo final de consolidación de 30 años (Figura 3.5), se comprueba que este tiempo es más que suficiente para alcanzar la práctica consolidación del suelo (Figura 3.6).



The screenshot shows a window titled "Simulationdata" with a green background. It contains several input fields and two buttons. The "Uniform Load" field is set to "45000" with units "(N/m²)". The "Initial Time" field is set to "0" with units "(Years)". The "Final Time" field is set to "30" with units "(Years)". The "Time increment for each iteration (approx.)" field is set to "0.06" with units "(Years)". The "RELTOL (determines convergence across iterations)" field is set to "0.001". At the bottom, there are two buttons: "BACK" and "RUN".

Figura 3.5 Introducción de datos para la segunda simulación

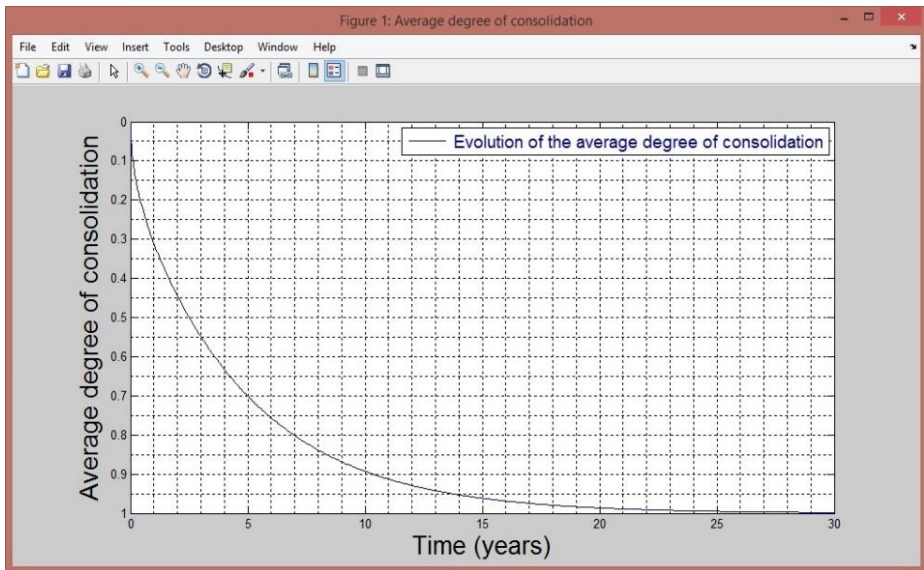


Figura 3.6 Evolución del grado medio de consolidación. Simulación definitiva

Por tanto, y a la vista de la Figura 3.6, un 90% de la consolidación, en promedio, se alcanza aproximadamente a los 10.25 años, cuando dejamos consolidar el terreno sin mechas drenantes.

El enunciado nos pide que representemos la evolución del exceso de presión intersticial en una columna de suelo, así como el asiento final por consolidación. Ambas gráficas se obtienen de forma rápida y sencilla (ver Capítulo 2) mediante SICOMED_3D, Figuras 3.7 y 3.8. Adviértase que al tratarse de un caso de consolidación 1-D, los resultados van a ser iguales sea cual sea la columna de suelo elegida.

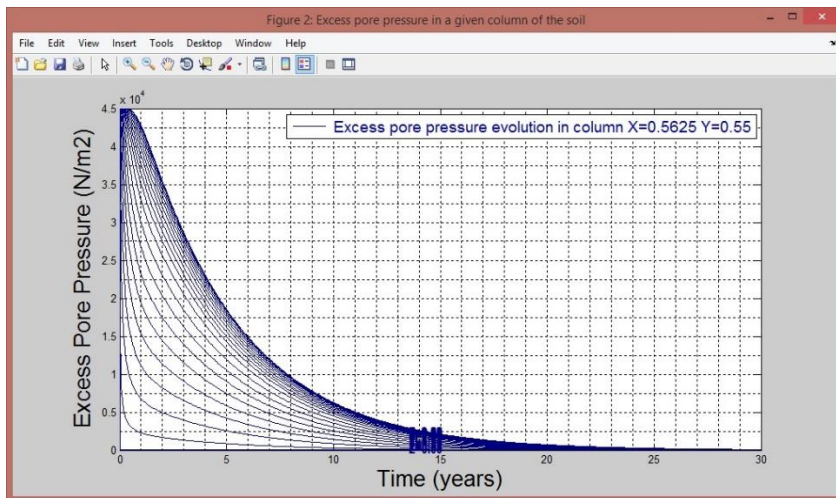


Figura 3.7 Evolución del exceso de presión intersticial en una columna de suelo

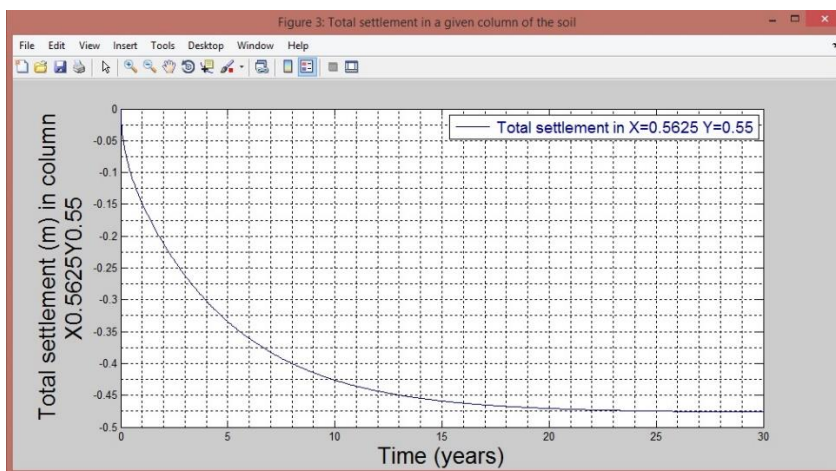


Figura 3.8 Evolución del asiento total en una columna de suelo

En la figura 3.7 se puede comprobar como a medida que nos acercamos a la superficie del terreno la disipación del exceso de presión intersticial se produce más rápidamente. En cuanto al valor del asiento final por consolidación, éste alcanza un valor aproximado de 0.477 m, pasados los 30 años, mientras que a los 10 años toma un valor de 0.426 m (un 89,3% del asiento final). Figura 3.8.

A continuación, pasamos a resolver la segunda parte del problema, con la mecha totalmente penetrante y con la geometría en planta propuesta en el enunciado. La introducción de datos para este caso queda reflejada en las Figuras 3.1 y 3.9, mientras que el modelo final resultante constará de 2100 celdas (10 x 10 x 21).

threelayerscreenvpar

Number of layers
 APPLY 2 (Layers already selected)

Thicknesses and numbers of cells

LAYER 1 DATA		LAYER 2 DATA	
<input type="text" value="1.5"/>	Thickness of top layer (m)	<input type="text" value="2"/>	Thickness of bottom layer (m)
<input type="text" value="9"/>	Number of cells in Z (top layer)	<input type="text" value="12"/>	Number of cells in Z (bottom layer)
<input type="text" value="3.5"/>	Total Thickness (m). "H"	<input type="text" value="21"/>	Total Number of cells in Z

Cvi and Chi Data
 APPLY 2 (Cv option selected)

Coefficients of permeability (hydraulic conductivity), coefficients of compressibility and initial void ratios

<input type="text" value="0.027"/>	kv of top layer (m/year)	<input type="text" value="0.048"/>	kv of bottom layer (m/year)
<input type="text" value="0.045"/>	kh of top layer (m/year)	<input type="text" value="0.089"/>	kh of bottom layer (m/year)
Coefficients of Compressibility			
<input type="text" value="7.2e-06"/>	av of top layer (1/N)	<input type="text" value="5.3e-06"/>	av of bottom layer (1/N)
Initial void ratios			
<input type="text" value="1.34"/>	e0 of top layer	<input type="text" value="0.77"/>	e0 of bottom layer
<input type="text" value="0.895408"/>	Cv of top layer (m²/year)	<input type="text" value="1.56758"/>	Cv of bottom layer (m²/year)
<input type="text" value="1.49235"/>	Ch of top layer (m²/year)	<input type="text" value="3.03292"/>	Ch of bottom layer (m²/year)

Penetration of the drain
 APPLY 3 (PVD option selected)

VERIFY

BACK **CONTINUE**

Figura 3.9 Introducción de datos de los estratos y de la mecha de totalmente penetrante

Procedemos a realizar, nuevamente, una simulación de tanteo con un tiempo final de 10 años. Como se puede comprobar, Figura 3.10, la instalación de las mechas drenantes ha reducido considerablemente el tiempo de consolidación, alcanzándose un grado de consolidación promedio del 90% transcurridos únicamente 1,1 años.

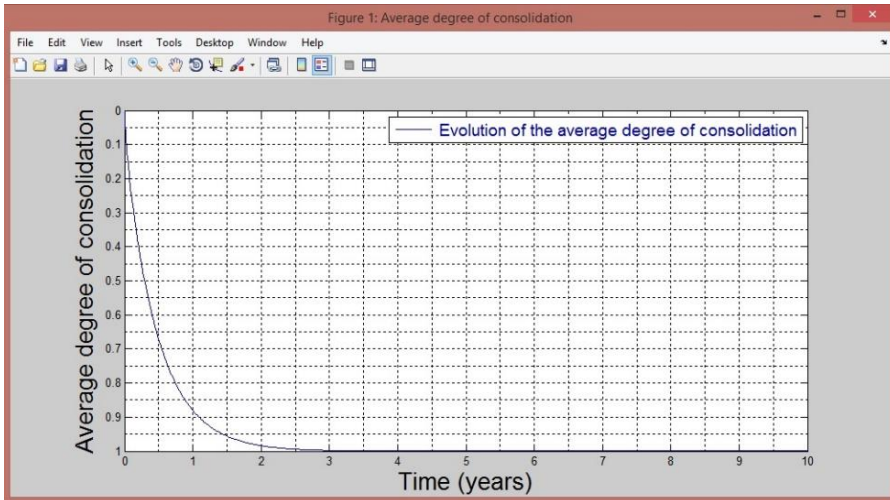


Figura 3.10 Evolución del grado medio de consolidación. Simulación de tanteo

Por tanto, se obtendrán resultados más precisos para un tiempo final de consolidación de 4 años, Figuras 3.11 y 3.12.

The 'Simulationdata' window contains the following input fields and controls:

- Uniform Load:** A text box containing '45000' with the unit '(N/m²)' next to it.
- Initial Time:** A text box containing '0' with the unit '(Years)' next to it.
- Final Time:** A text box containing '4' with the unit '(Years)' next to it.
- Time increment for each iteration (approx.):** A text box containing '0.006' with the unit '(Years)' next to it.
- RELTOL (determines convergence across iterations):** A text box containing '0.001'.
- Buttons:** Two large buttons at the bottom, labeled 'BACK' and 'RUN'.

Figura 3.11 Introducción de datos para la segunda simulación

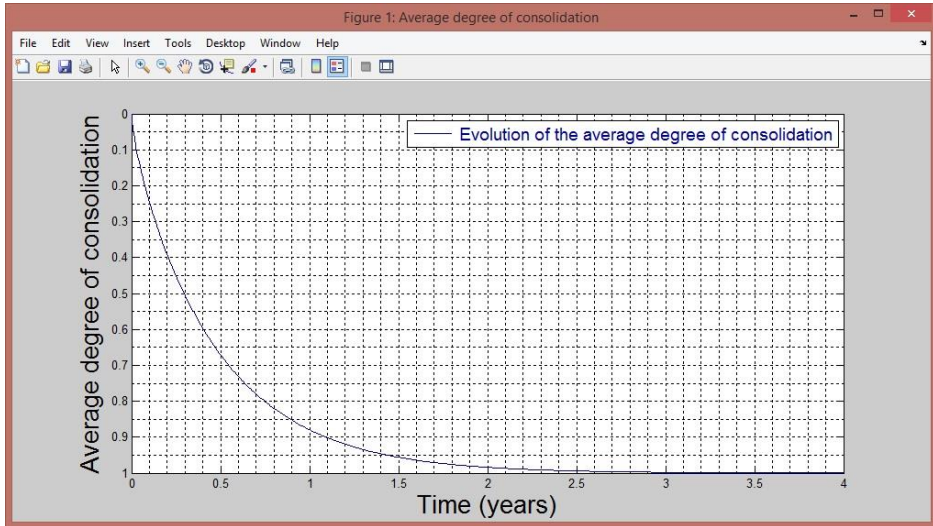


Figura 3.12 Evolución del grado medio de consolidación. Simulación definitiva

Pasamos ahora a representar la evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo, una próxima al dren y la otra la más alejada. Para ello, introducimos las coordenadas en planta (X, Y) de cada columna de suelo. Para la columna cercana a la mecha elegimos, por ejemplo: $X = 0.1$; $Y = 0.15$: Para la columna más alejada: $X = 0.75$; $Y = 1$. (Figura 3.13).

The form contains the following fields and buttons:

- 1) Excess pore pressur... (dropdown menu) [SELECT] [1]
- 2 columns of soil (dropdown menu) [SELECT] [2]
- Column 1:
 - X coordinate (m): 0.10
 - Y coordinate (m): 0.15
- Column 2:
 - X coordinate (m): 0.75
 - Y coordinate (m): 1
- Initial time: 0 Years
- Final time: 4 Years
- [DRAW]

Figura 3.13 Introducción de las columnas de suelo y tiempos en los que representar la evolución del exceso de presión intersticial

La Figura 3.14 muestra la evolución del exceso de presión intersticial en las columnas antes descritas. Como se puede ver, aquellas columnas de suelo que se encuentran más alejadas del dren disiparán el exceso de presión intersticial más lentamente, consolidando más tarde (Figuras 3.14 y 3.15, líneas de color verde). No obstante, y obviamente, ambas columnas de suelo alcanzarán el mismo valor del asiento final, aunque en tiempos diferentes (Figura 3.15). En cuanto al valor de éste, es el mismo que para el caso anterior (sin mechas), 0.477 m, pues la influencia de la mecha se manifiesta en la mayor velocidad de consolidación, pero no altera el valor del asiento final.

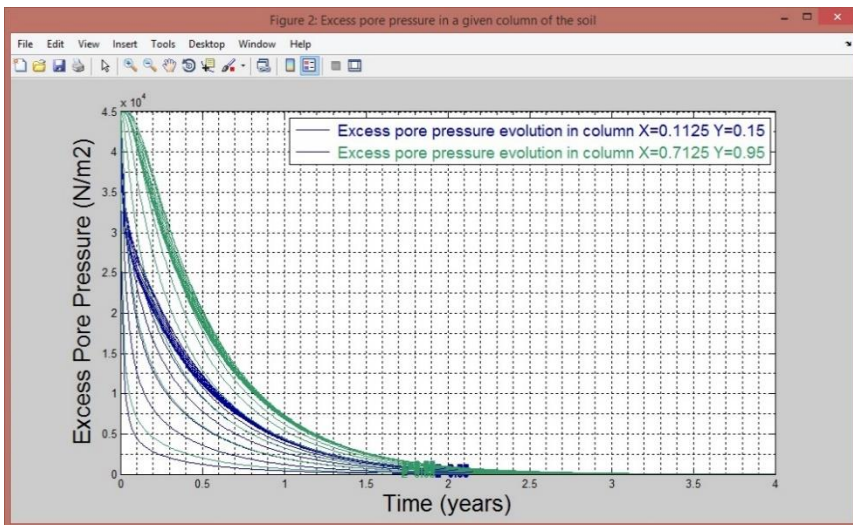


Figura 3.14 Evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo

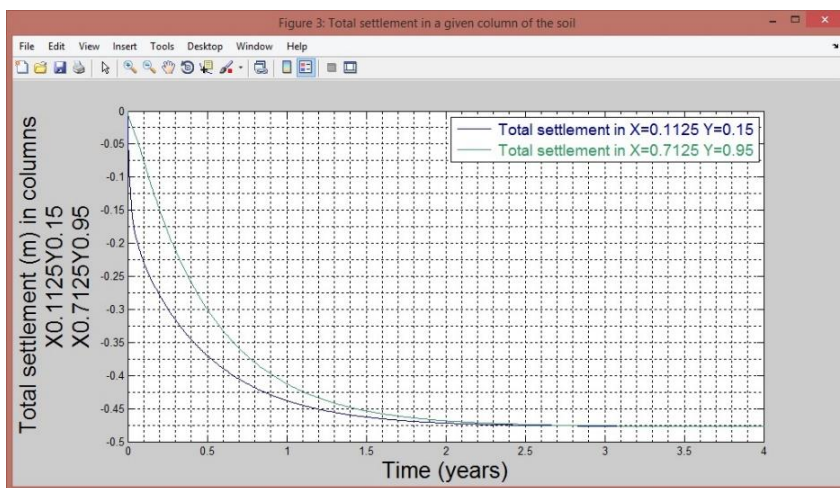


Figura 3.15 Evolución del asiento total en dos columnas de suelo

Para finalizar, el enunciado nos propone dar el valor del asiento final que presenta cada estrato. De forma directa, SICOMED_3D únicamente proporciona el valor del asiento total acumulado en superficie, que es a efectos de ingeniería, el valor que interesa conocer.

Sin embargo, con la representación gráfica de asientos locales (Figura 3.16) de SICOMED_3D, sí que es posible conocer estos valores, siempre y cuando sepamos el espesor que tiene cada una de las celdas representadas en esta gráfica (Figura 3.17). Seleccionando la columna de suelo que queremos representar (Figura 3.16):

Figura 3.16 Introducción de columna de suelo y tiempos para representar el asiento local

obtenemos la gráfica de la evolución del asiento local en cada celda (Figura 3.17). Un mayor detalle en la lectura se tiene en las Figuras 3.18 y 3.19.

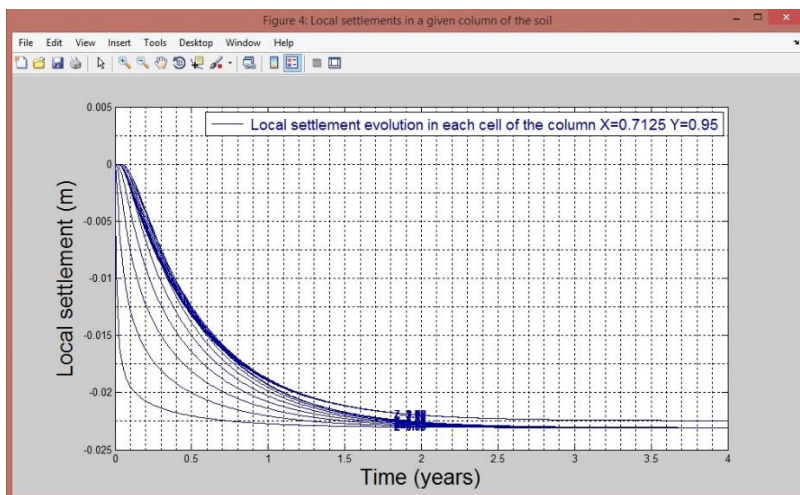


Figura 3.17 Representación de la evolución de los asientos locales en una columna de suelo

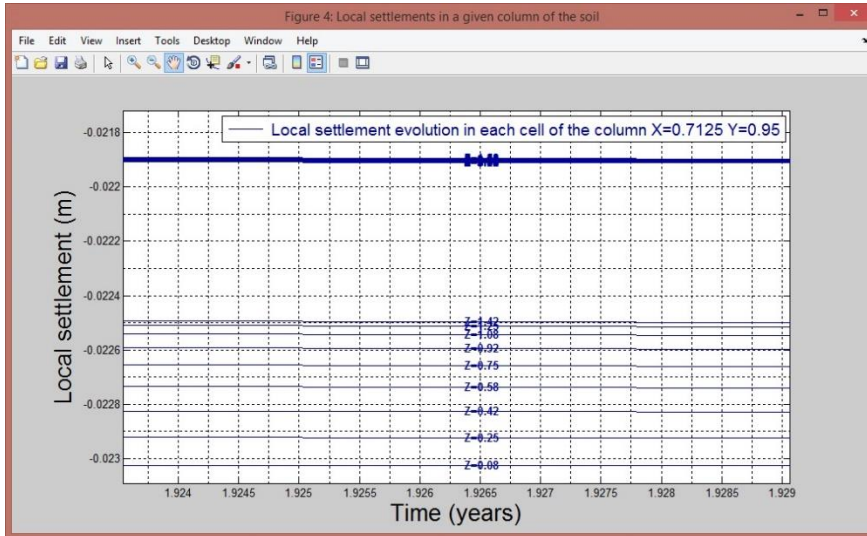


Figura 3.18 Representación de la evolución de los asentamientos locales en una columna de suelo. Detalle 1

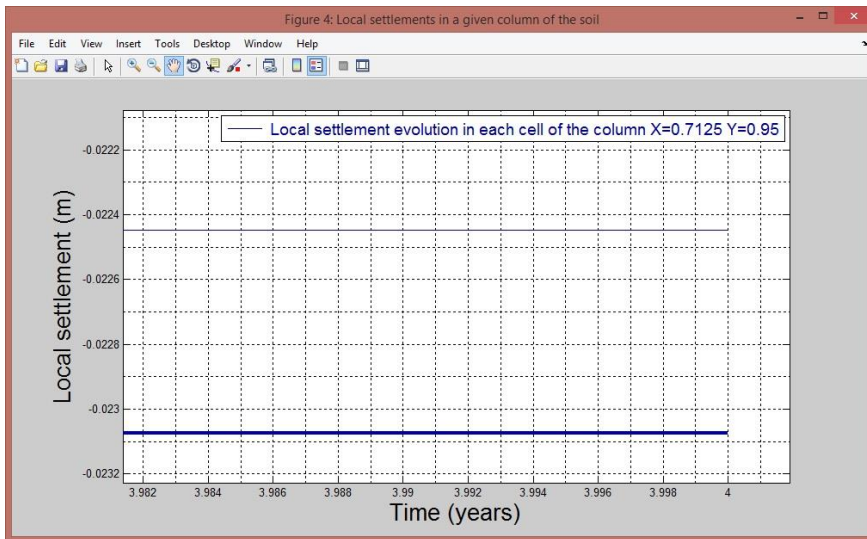


Figura 3.19 Representación de la evolución de los asentamientos locales en una columna de suelo. Detalle 2

Como se puede observar en las Figuras 3.17, 3.18 y 3.19, todas aquellas celdas pertenecientes a un mismo estrato convergen a un mismo valor del asiento local (pues tienen el mismo módulo de compresibilidad, a_v , y son del mismo tamaño). Sin embargo, las celdas pertenecientes a estratos diferentes no convergen al mismo valor del asiento local (ni siquiera siendo del mismo espesor, como

ocurre en este caso: 0.166 m), debido al distinto valor de a_v . En este caso, cada una de las celdas del estrato superior presentan un asiento final por consolidación de 2.31 cm, que multiplicado por las 9 celdas existentes da un valor de 20.77 cm. Para el estrato inferior, cada celda asienta un valor de 2.25 cm, que multiplicado por las 12 celdas en que se encuentra dividido arroja un asiento final de 26.95 cm. Obviamente, la suma de los asientos de ambos estratos es igual al asiento total obtenido anteriormente: $20.77 + 26.95 \text{ cm} = 47.72 \text{ cm}$.

Segunda aplicación: Escenario 3-D con mechas drenantes parcialmente penetrantes

Enunciado

Se tiene un escenario de consolidación formado por una capa de suelo de 10 m de espesor sometido a una carga superficial, uniformemente distribuida, de 30 kN/m^2 . Dicha capa se encuentra apoyada sobre un estrato que, a efectos prácticos, puede considerarse indeformable e impermeable. A su vez, el paquete de suelo está formado por 3 estratos de suelo con propiedades diferentes según se muestra en la Tabla 3.2.

estrato	h (m)	k_v (m/año)	k_h (m/año)	a_v (m^2/N)	e_0	C_v ($\text{m}^2/\text{año}$)	C_h ($\text{m}^2/\text{año}$)
S1 (superior)	3	0.020	0.04	$4 \cdot 10^{-6}$	1.50	1.28	2.55
S2 (intermedio)	3	0.040	0.08	$3 \cdot 10^{-6}$	1.25	3.06	6.12
S3 (inferior)	4	0.025	0.05	$4 \cdot 10^{-6}$	1.00	1.28	2.55

Tabla 3.2 Parámetros de las 3 capas de suelo

Se propone estudiar el proceso de consolidación en los 4 supuestos siguientes: i) escenario de consolidación sin mechas drenantes, ii) mecha parcialmente penetrante hasta el primer estrato ($d = 3 \text{ m}$), iii) mecha parcialmente penetrante hasta el estrato intermedio ($d = 6 \text{ m}$), y iv) mecha totalmente penetrante ($d = 10 \text{ m}$). En todos los casos con mecha drenante, se tomará una separación entre mechas ($2 \cdot a$) de 2 m, una separación entre hileras de mechas ($2 \cdot b$) de 1.6 m y un ancho para la mecha drenante ($2 \cdot c$) de 10 cm.

Solución

Mediante SICOMED_3D se simula, en primer lugar, un escenario sin mechas, de manera que el drenaje sólo ocurre a través de la superficie del terreno (la introducción de datos se hace de forma similar a la explicada en el ejercicio anterior). Bajo estas circunstancias, se obtiene que el asiento por consolidación experimentado en la superficie del terreno (de valor 0.502 m) tarda en alcanzarse más de 100 años, mientras que un 90% de éste se alcanza, en promedio, superados los 60 años (quedando aún en ese momento 4.7 cm por asentar). Figuras 3.20 y 3.21.

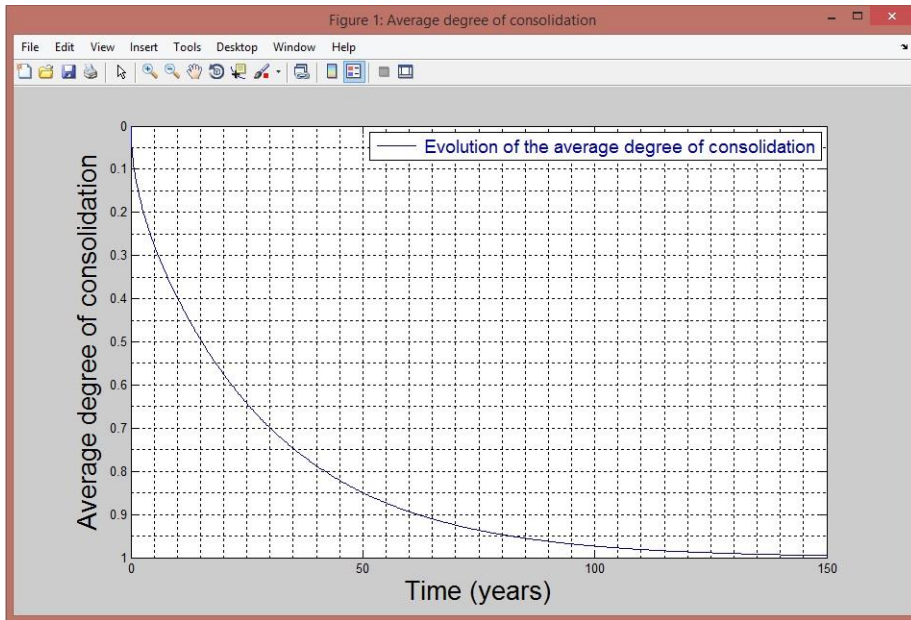


Figura 3.20 Evolución del grado medio de consolidación. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m^2 . Sin mechas drenantes

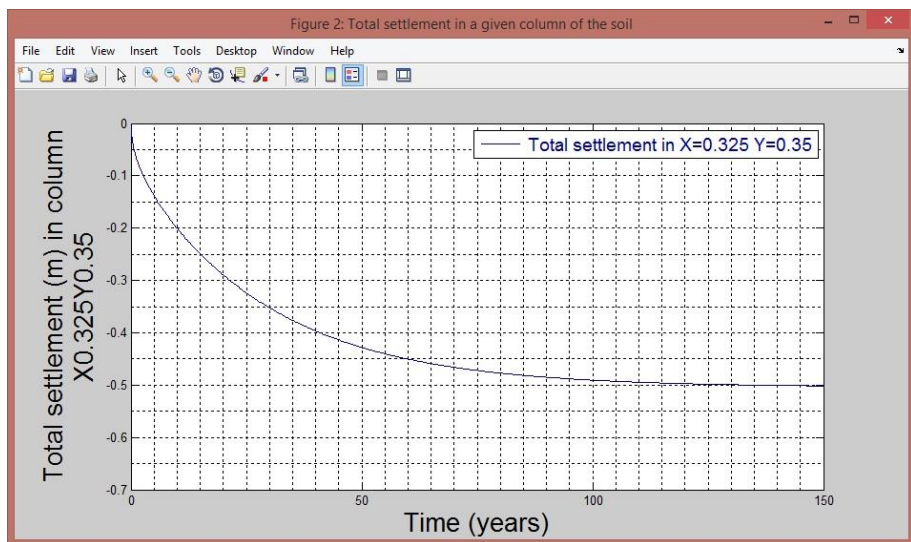


Figura 3.21 Evolución del asiento total en una columna de suelo. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m^2 . Sin mechas drenantes

A continuación, se va a proceder al estudio de la influencia de las mechas drenantes instaladas en el terreno. Tal y como se dice en el enunciado, se adopta una configuración rectangular con una separación entre mechas de la misma hilera de 2 m, con separación entre hileras de 1.60 m y con un ancho de mecha de 10 cm. En SICOMED_3D, dadas las condiciones de simetría del problema, se dispondrá una mecha de 5 cm de ancho, afectando a un área básica de 1 m de largo por 0.80 m de ancho, que se reproduce por simetría en todo el medio.

En primer lugar, la mecha se instala hasta una profundidad de 3 m (mecha parcialmente penetrante hasta el primer estrato). En este caso, vemos que el tiempo de consolidación se ha reducido aproximadamente a la mitad pues un 90% del asiento se alcanza a los 32 años (Figura 3.22). No obstante, se precisan 80 años aproximadamente para la terminación del proceso de consolidación a efectos cuantitativos de grado de consolidación y del asiento (Figura 3.22). En la Figura 3.23 podemos ver la evolución de los asientos locales (distintos para cada uno de los 3 estratos) de la columna de suelo más alejada de la mecha, es decir, en aquella columna donde el proceso de consolidación se produce más lentamente, cuyas coordenadas son, en este caso, $x = 0.975$, $y = 0.75$ (coordenadas en las cuales dispone SICOMED_3D de la información pedida, debido a la reticulación elegida, que para este problema ha sido de $20 \times 8 \times 20$).

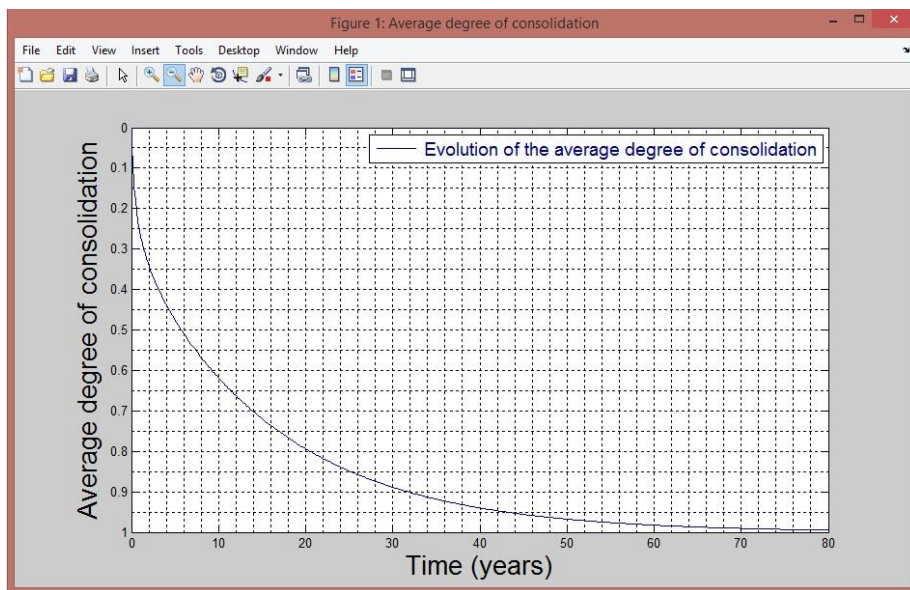


Figura 3.22 Evolución del grado medio de consolidación. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m^2 . Mecha parcialmente penetrante ($d = 3$ metros)

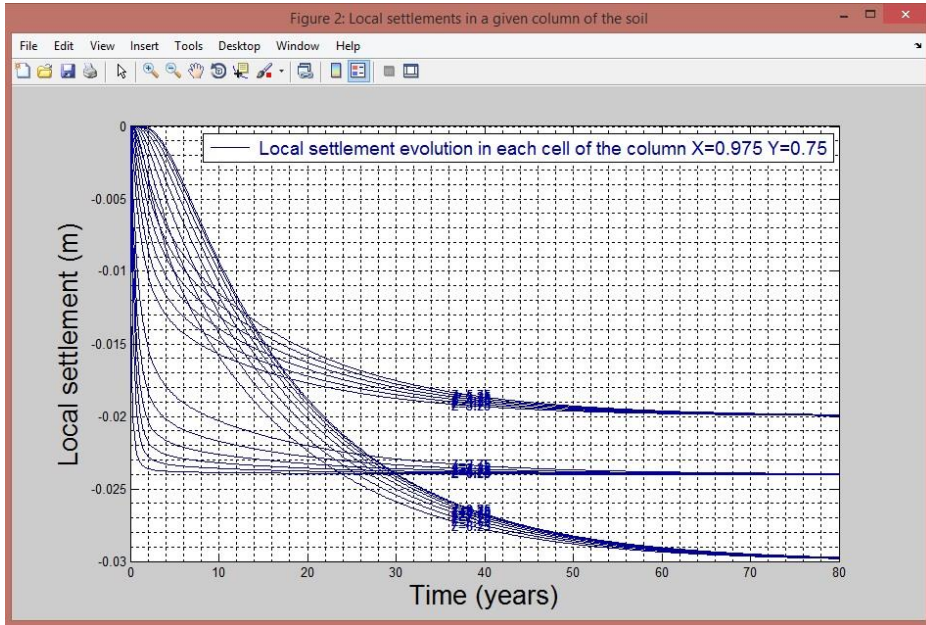


Figura 3.23 Evolución de asientos locales. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m^2 . Mecha parcialmente penetrante ($d = 3$ metros)

Para el caso de mecha penetrante hasta el segundo estrato (profundidad de penetración de 6 m) el proceso se acelera de manera muy considerable, ya que un 90% del asiento se alcanza apenas superados los 10 años (Figura 3.24).

En la Figura 3.25 se puede ver la evolución del exceso de presión intersticial, en función del tiempo y de la profundidad, para la columna de suelo más alejada de la mecha ($x = 0.975$, $y = 0.75$). Las Figuras 3.26 y 3.27 son un detalle de la anterior para los tiempos correspondientes al inicio del proceso de consolidación.

Como puede observarse, Figura 3.26, la disipación de presión intersticial se produce de forma muy rápida en los dos estratos superiores ($Z \leq 6$) en comparación con el estrato inferior que solamente drena por su frontera superior. Además, debido a que el estrato intermedio tiene un coeficiente de consolidación horizontal sensiblemente mayor que el del estrato superior, el efecto drenante de la mecha se hace mucho más patente en esta capa, hasta el punto que, al comienzo del proceso, la disipación del exceso de presión intersticial es incluso mayor a la que se registra en la mayor parte del estrato superior. En la Figura 3.27 se observa que para Z comprendidas entre 3.75 y 5.25, el exceso de presión intersticial es menor que para Z comprendidas entre 1.75 y 3. Este fenómeno indica, de manera muy clara, la importante influencia que tiene en el proceso de consolidación la instalación de la mecha drenante.

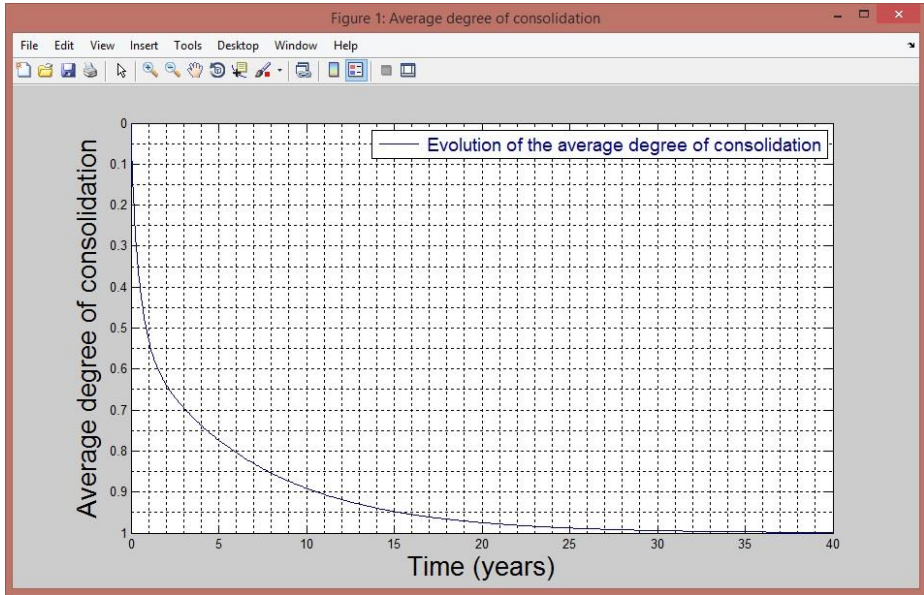


Figura 3.24 Evolución del grado medio de consolidación. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m^2 . Mecha parcialmente penetrante ($d = 6$ metros)

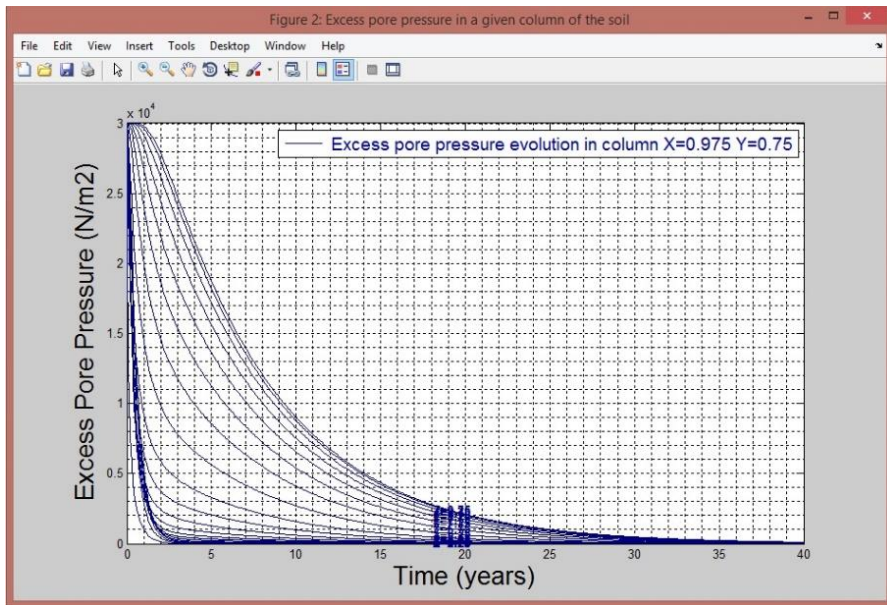


Figura 3.25 Evolución del exceso de presión intersticial. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m^2 . Mecha parcialmente penetrante ($d = 6$ metros)

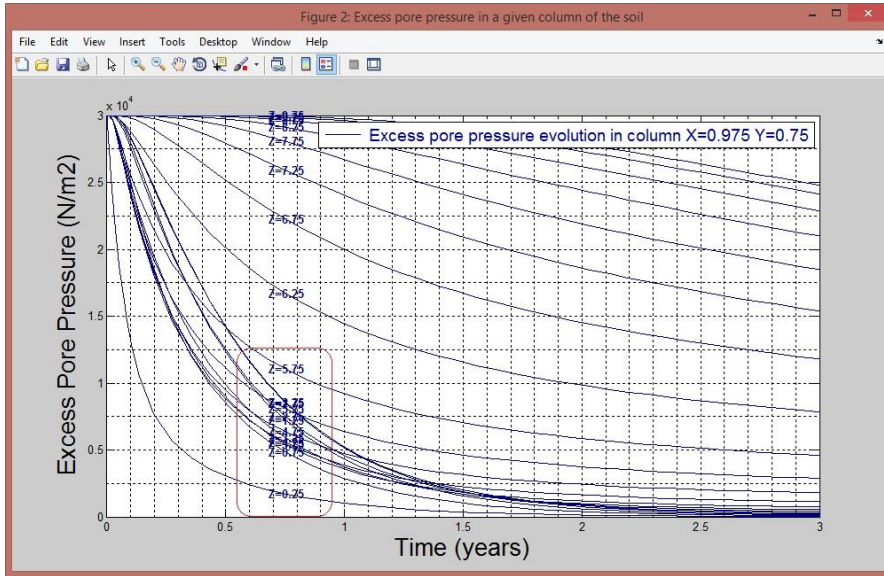


Figura 3.26 Evolución del exceso de presión intersticial. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m^2 . Mecha parcialmente penetrante ($d = 6$ metros). Detalle 1

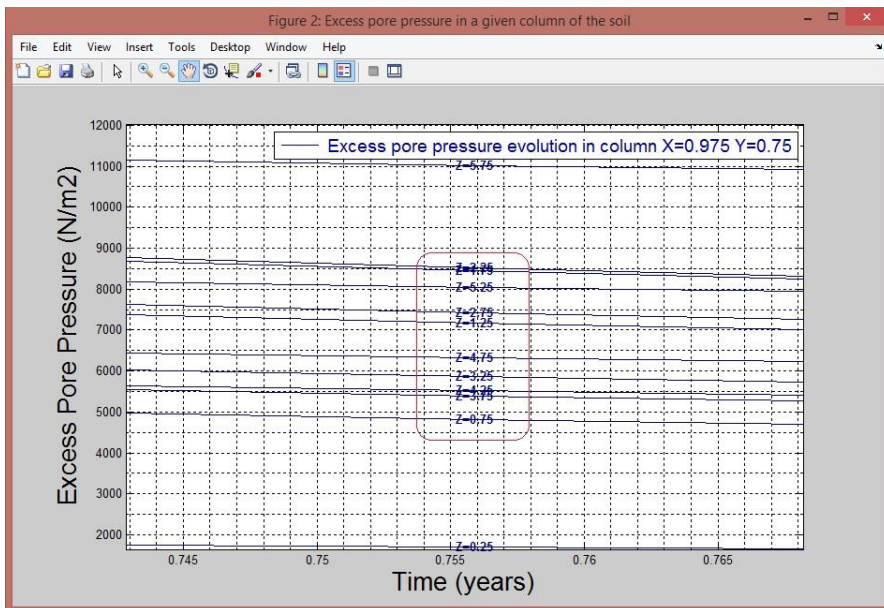


Figura 3.27 Evolución del exceso de presión intersticial. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m^2 . Mecha parcialmente penetrante ($d = 6$ metros). Detalle 2

Finalmente, para el caso de mecha totalmente penetrante (profundidad de penetración de 10 m) tenemos que la duración del proceso de consolidación queda reducida, a efectos prácticos, a apenas 3 años (40 veces menos que en el caso inicial donde no se instalaban mechas drenantes). Para este caso, un 90% del asiento final se obtiene transcurridos solamente 1.30 años, Figura 3.28, dejando patente la eficacia de las mechas drenantes.

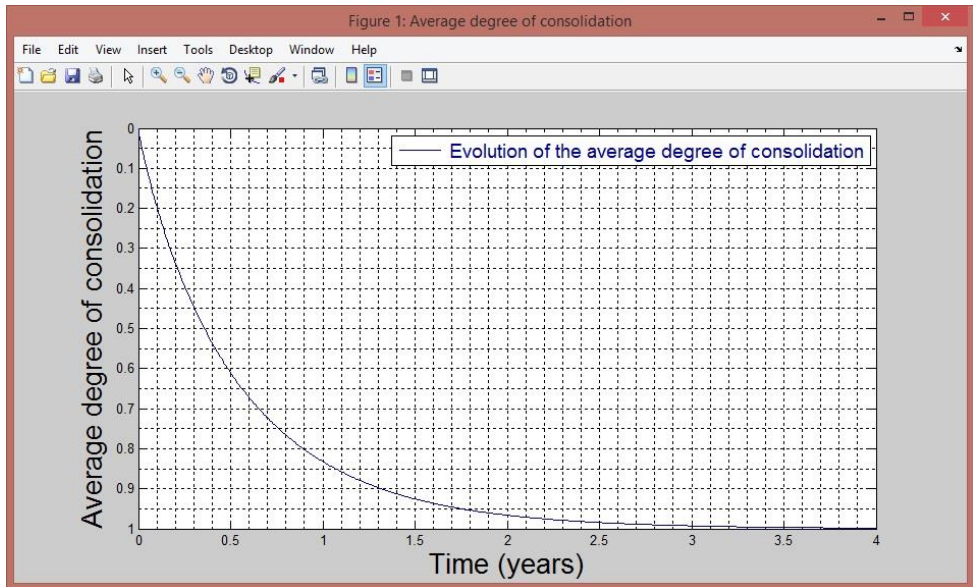


Figura 3.28 Evolución del grado medio de consolidación. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m^2 . Mecha totalmente penetrante ($d = 10$ metros)

En la Figura 3.29 se puede observar la evolución del exceso de presión intersticial en función del tiempo y de la profundidad, para la columna de suelo más alejada de la mecha ($X = 0.975$, $Y = 0.75$) y para una columna de suelo más próxima a ésta ($X = 0.125$, $Y = 0.25$).

El programa SICOMED_3D también permite la visualización de la evolución del asiento de la superficie del terreno a través de animaciones que se pueden almacenar, incluso, en archivos de formato de video (.avi). Las Figuras 3.30 a 3.33 se corresponden con 4 capturas del desarrollo del asiento en superficie, para este último caso de mecha totalmente penetrante, para los tiempos $t = 0.02$ años, $t = 0.18$ años, $t = 1$ año y $t = 3.5$ años, respectivamente. El asiento final, de valor 0.502 m , coincide, obviamente, con el del caso inicial (sin mecha drenante), así como con los casos con mecha parcialmente penetrante, pues la instalación de la mecha no modifica el valor del asiento final (sólo favorece que el asiento se produzca con mayor celeridad).

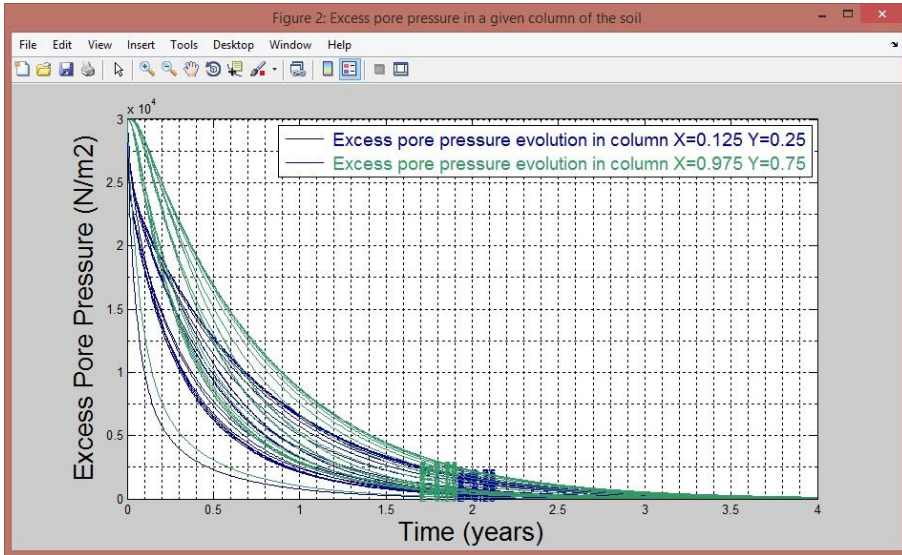


Figura 3.29 Evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m². Mecha totalmente penetrante (d = 10 metros)

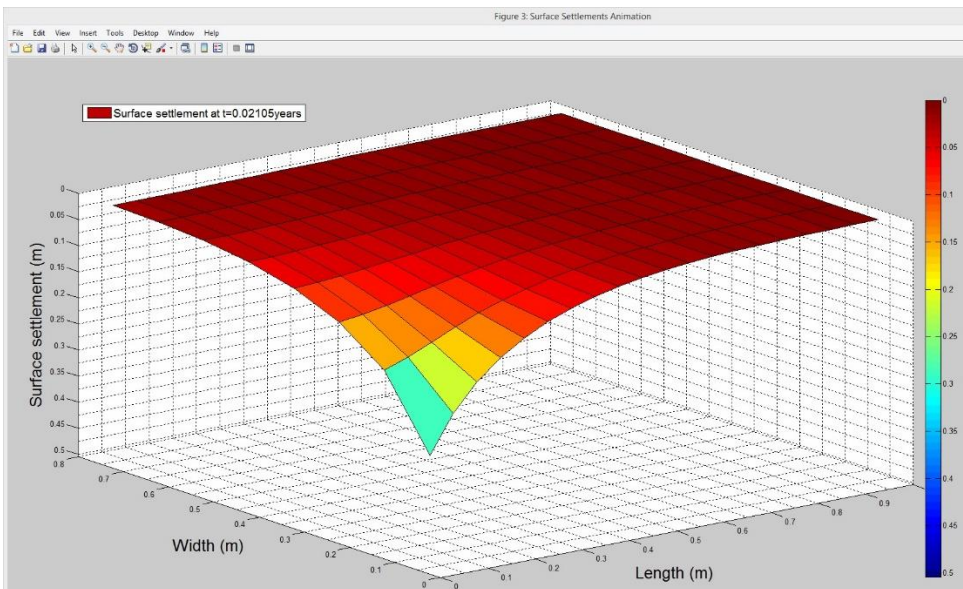


Figura 3.30 Evolución del asiento en superficie. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m². Mecha totalmente penetrante (d = 10 metros). t = 0.02 años

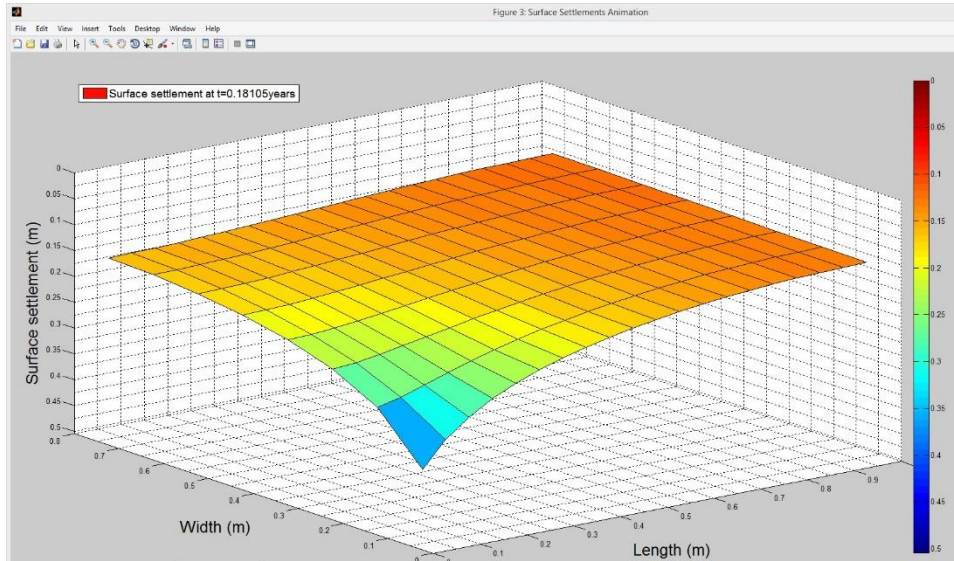


Figura 3.31 Evolución del asiento en superficie. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m^2 . Mecha totalmente penetrante ($d = 10$ metros). $t = 0.18$ años

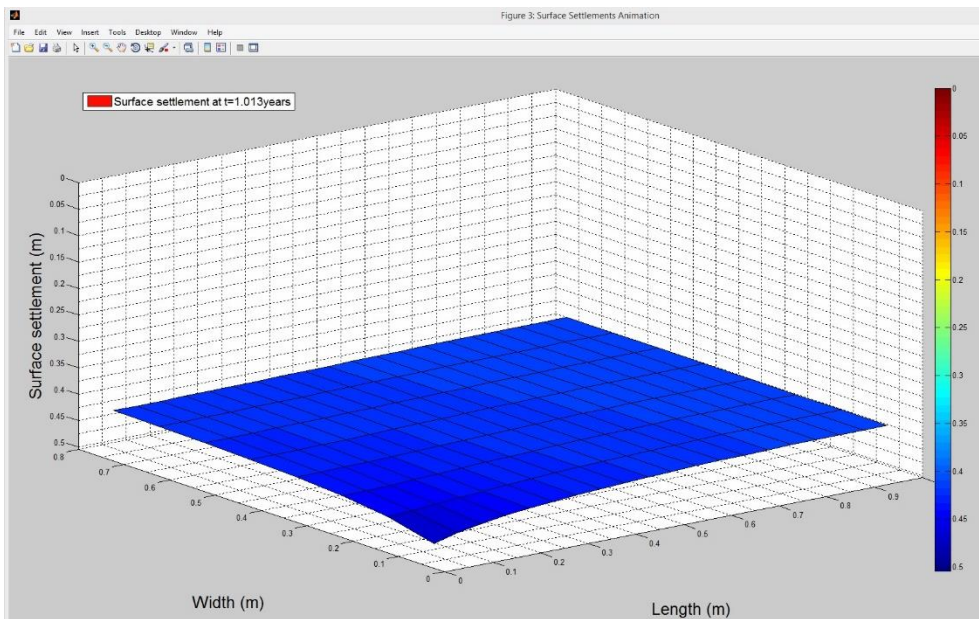


Figura 3.32 Evolución del asiento en superficie. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m^2 . Mecha totalmente penetrante ($d = 10$ metros). $t = 1$ año

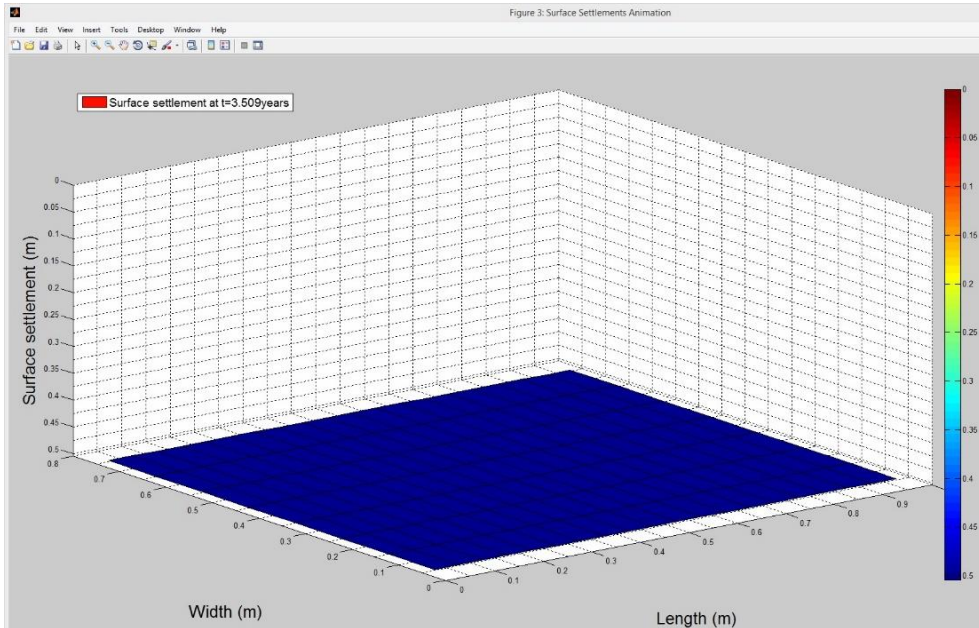


Figura 3.33 Evolución del asiento en superficie. Suelo de 10 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.2) sometido a una carga de 30 kN/m². Mecha totalmente penetrante (d = 10 metros). t = 3.5 años

Si se desearan tiempos de consolidación aún menores, cabría la posibilidad de aumentar la anchura de la mecha, o bien aumentar el número de mechas a instalar en el terreno, reduciendo por tanto la separación entre éstas y su radio de influencia.

Tercera aplicación: Escenario 3-D con mechas drenantes. Estudio para espaciamiento y profundidad de penetración óptimas

Enunciado

Un escenario de consolidación se encuentra formado por tres capas de suelo, con las siguientes propiedades (Tabla 3.3):

estrato	h (m)	k_v (m/año)	k_h (m/año)	a_v (m ² /N)	e_0	c_v (m ² /año)	c_h (m ² /año)
S1 (superior)	1	0.007	0.022	$7.5 \cdot 10^{-6}$	1.50	0.24	0.75
S2 (intermedio)	3	0.015	0.040	$2.8 \cdot 10^{-6}$	0.90	1.04	2.77
S3 (inferior)	2	0.006	0.010	$1.25 \cdot 10^{-6}$	0.70	1.28	2.55

Tabla 3.3 Parámetros de las 3 capas de suelo

Sobre dicho terreno se va a realizar una obra civil que transmitirá una carga, uniformemente distribuida, de 60 kN/m^2 . Por motivos constructivos, se desea reducir el proceso de consolidación, empleando mechas drenantes, estableciendo como objetivo que el tiempo en alcanzar un 90 % de la consolidación, en promedio, sea inferior a 2 años.

Solución

Comenzaremos, en primer lugar, simulando el proceso de consolidación sin mechas drenantes (Figura 3.34). Para ello emplearemos SICOMED_3D, procediendo de la forma descrita en los dos ejemplos anteriores. Para todas las simulaciones, elegiremos una reticulación de $20 \times 10 \times 12 = 2400$.

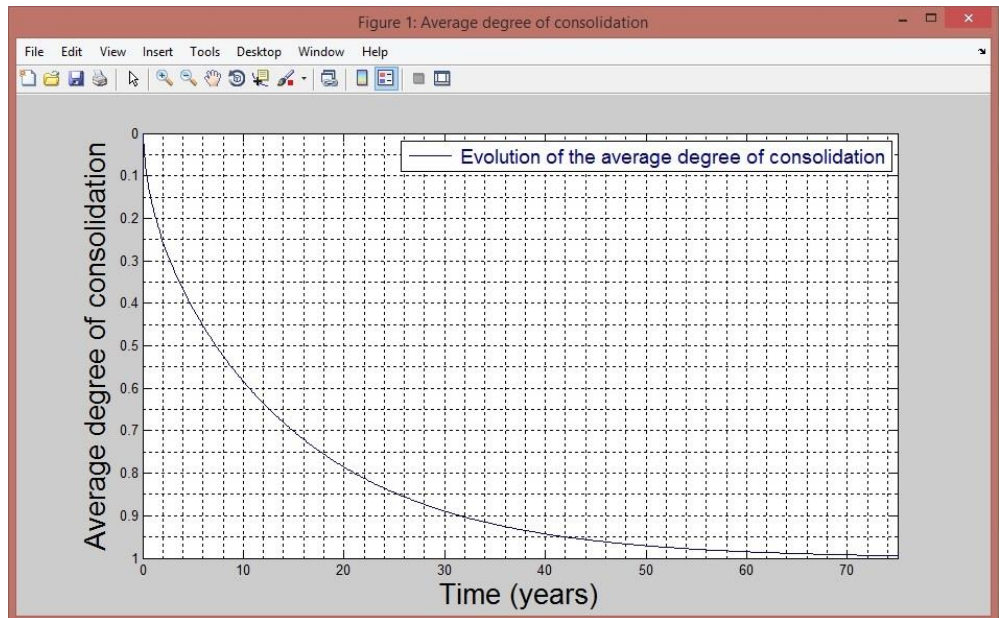


Figura 3.34 Evolución del grado medio de consolidación. Suelo de 6 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.3) sometido a una carga de 60 kN/m^2 . Sin mechas drenantes

Como se puede ver (Figura 3.34), el proceso de consolidación dura aproximadamente 75 años, mientras que un 90% de la consolidación se alcanza, en promedio, transcurridos 31 años. SICOMED_3D también nos proporciona el valor del asiento final por consolidación, que en este caso es de 0.53 m (Figura 3.35).

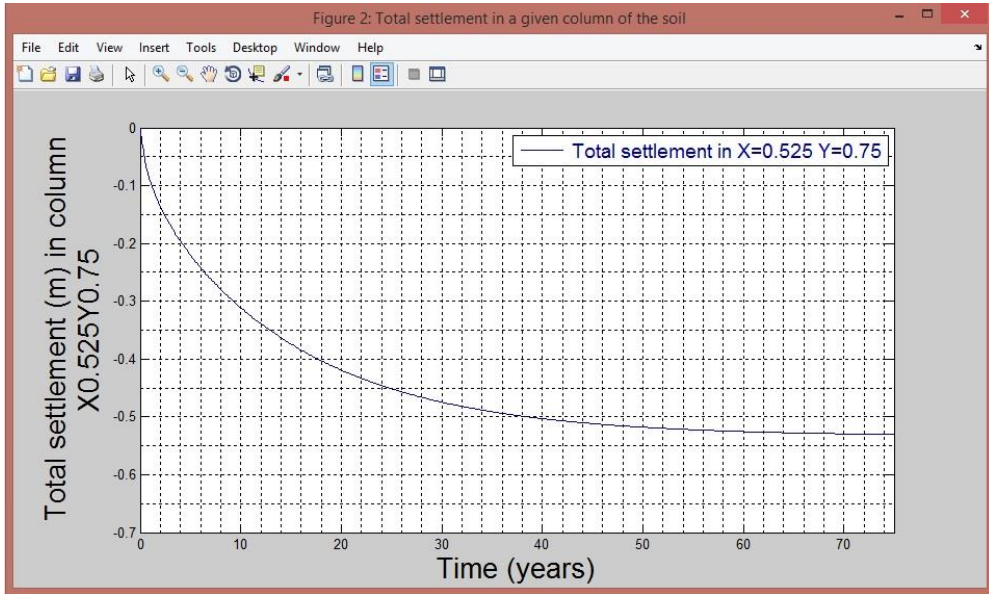


Figura 3.35 Evolución del asiento total por consolidación. Suelo de 6 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.3) sometido a una carga de 60 kN/m^2 . Sin mechas drenantes

Por tanto, vamos a proceder a estudiar la instalación de mechas drenantes en el terreno. En primer lugar, vamos a estudiar la influencia de la penetración de la mecha, para una disposición en planta fija: mechas de 0.1 m de espesor, con una disposición en planta rectangular donde la separación entre mechas es de 2 m, así como la separación entre hileras de mechas. ($a = 1 \text{ m}$, $b = 1 \text{ m}$, $c = 0.05 \text{ m}$). Para esta disposición en planta, se van a analizar tres alternativas: i) mecha parcialmente penetrante hasta el primer estrato ($d = 1 \text{ m}$), ii) mecha parcialmente penetrante hasta el estrato intermedio ($d = 4 \text{ m}$), y iii) mecha totalmente penetrante ($d = 6 \text{ m}$). En el caso de que ninguna de estas 3 alternativas cumpla con los requisitos exigidos (tiempo en alcanzar un 90 % de la consolidación, en promedio, inferior a 2 años), se procederá a reducir progresivamente la distancia entre mechas, para el caso de mecha totalmente penetrante.

Para el primer caso, mecha parcialmente penetrante hasta el primer estrato ($d = 1 \text{ m}$), se tiene que la reducción en el tiempo de consolidación es mínima, pues un 90 % del grado medio de consolidación se tiene transcurridos 25 años (Figura 3.36). Para el segundo caso, mecha parcialmente penetrante hasta el estrato intermedio ($d = 4 \text{ m}$), el proceso de consolidación se acelera considerablemente, pues un 90 % del grado medio de consolidación se tiene transcurridos 3.6 años (Figura 3.37). No obstante, este tiempo sigue siendo superior a los 2 años requeridos, por lo que se hace necesario simular el caso correspondiente a la mecha totalmente penetrante ($d = 6 \text{ m}$), con el cual un 90 % de la consolidación, en promedio, se obtiene transcurridos 2.4 años (Figura 3.38).

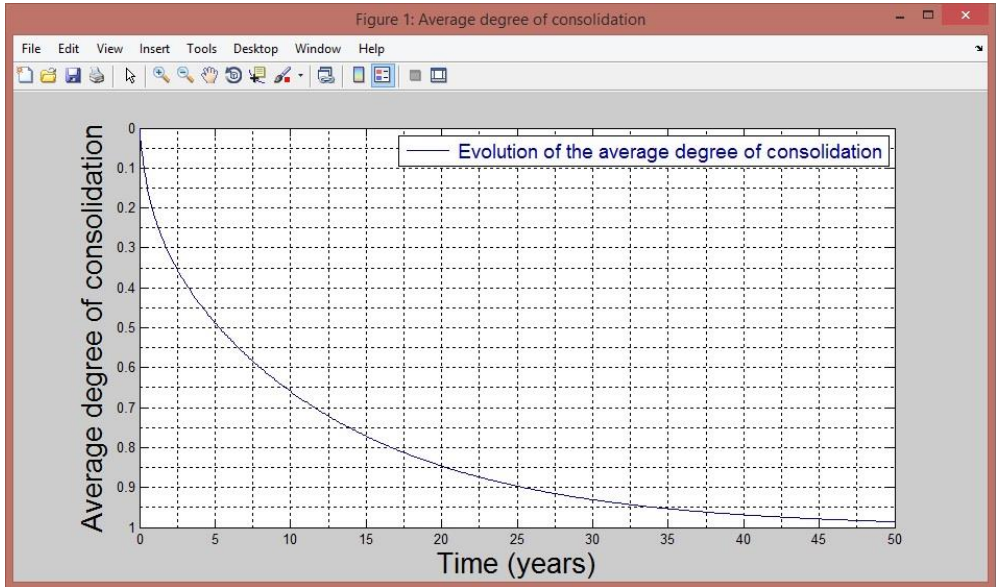


Figura 3.36 Evolución del grado medio de consolidación. Suelo de 6 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.3) sometido a una carga de 60 kN/m^2 . Mecha parcialmente penetrante ($d = 1 \text{ m}$, $a = b = 1 \text{ m}$)

A la vista de estos resultados, se deduce que es necesario reducir la distancia entre mechas para lograr el tiempo de consolidación deseado. En primer lugar, reducimos la separación entre mechas y entre hileras de 2 m a 1.9 m ($a = b = 0.95$). Con esta configuración, el tiempo en el cual se alcanza un grado medio de consolidación del 90 % es de 2.20 años (Figura 3.39); una reducción de tiempo aún insuficiente.

Acercando las mechas aún más, se tiene que para una separación entre mechas y entre hileras de 1.8 m ($a = b = 0.9$) se alcanza un 90 % de grado de consolidación promedio a los 2 años (Figura 3.40), de forma que con esta disposición de mechas se logran el objetivo impuesto en el enunciado.

A modo de ilustración, se presentan las Figuras 3.41 (evolución del exceso de presión intersticial en 3 puntos del suelo), 3.42 (evolución de asentamientos locales en 2 columnas de suelo) y 3.43 (dos capturas de video del asentamiento de la superficie del suelo en $t = 0.34$ años y $t = 2.01$ años, respectivamente). En la Figura 3.43, se comprueba como el asentamiento diferencial a los 2 años (con un grado de consolidación medio de 90 %) de iniciarse el proceso de consolidación es prácticamente inexistente.

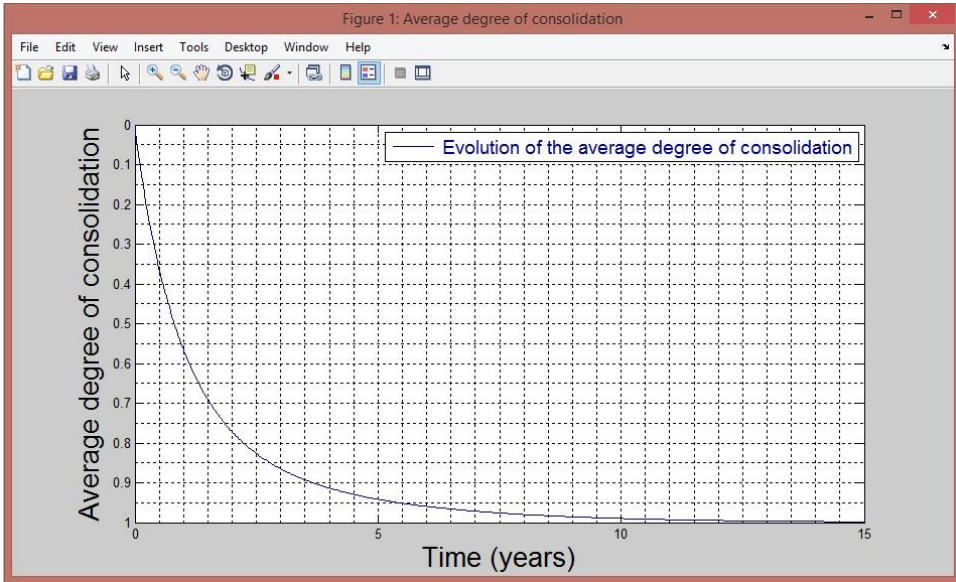


Figura 3.37 Evolución del grado medio de consolidación. Suelo de 6 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.3) sometido a una carga de 60 kN/m^2 . Mecha parcialmente penetrante ($d = 4 \text{ m}$, $a = b = 1 \text{ m}$)

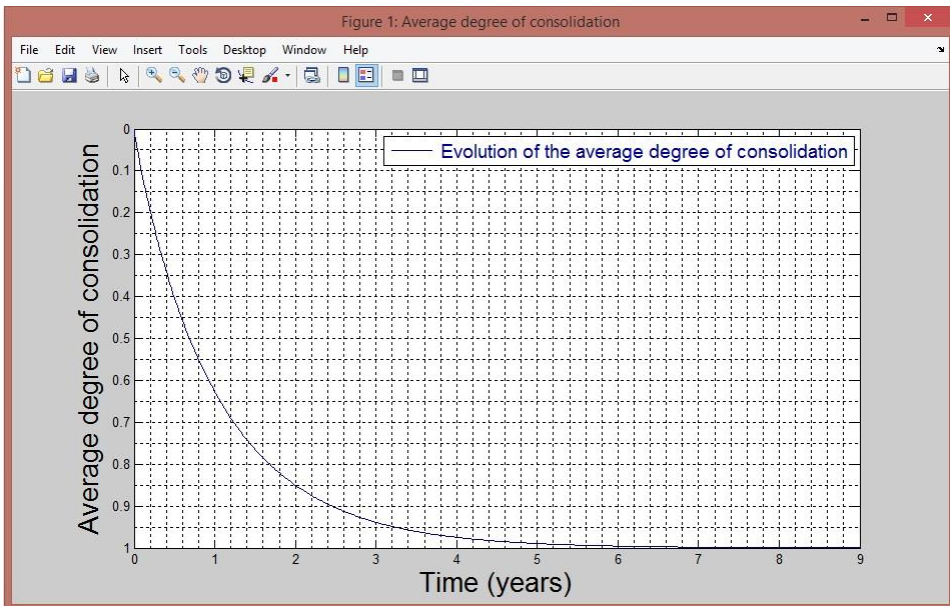


Figura 3.38 Evolución del grado medio de consolidación. Suelo de 6 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.3) sometido a una carga de 60 kN/m^2 . Mecha totalmente penetrante ($d = 6 \text{ m}$, $a = b = 1 \text{ m}$)

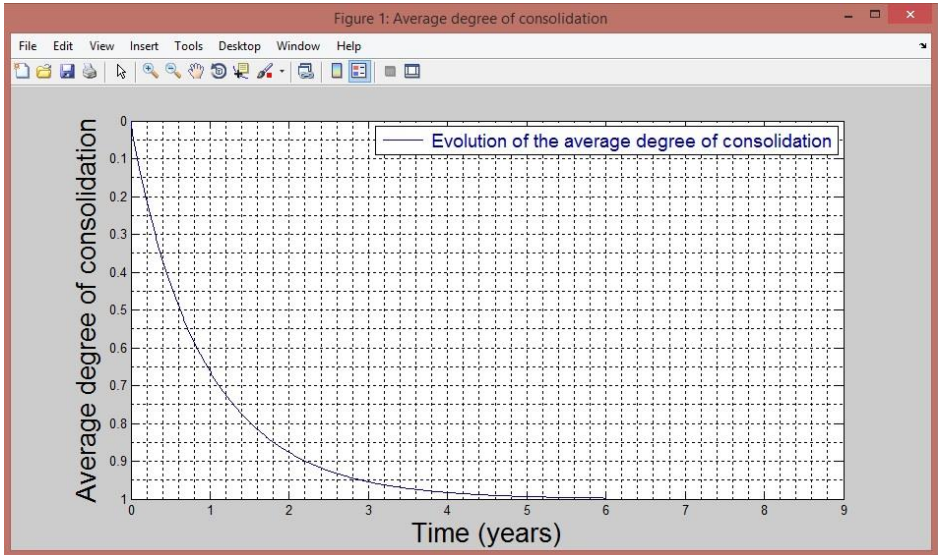


Figura 3.39 Evolución del grado medio de consolidación. Suelo de 6 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.3) sometido a una carga de 60 kN/m². Mecha totalmente penetrante ($d = 6$ m, $a = b = 0.95$ m)

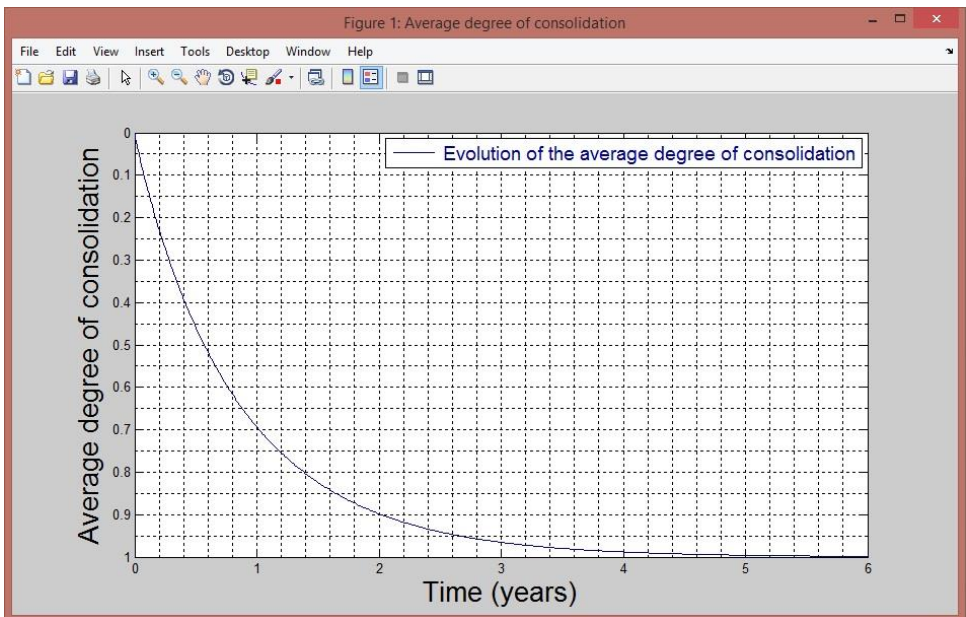


Figura 3.40 Evolución del grado medio de consolidación. Suelo de 6 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.3) sometido a una carga de 60 kN/m². Mecha totalmente penetrante ($d = 6$ m, $a = b = 0.9$ m)

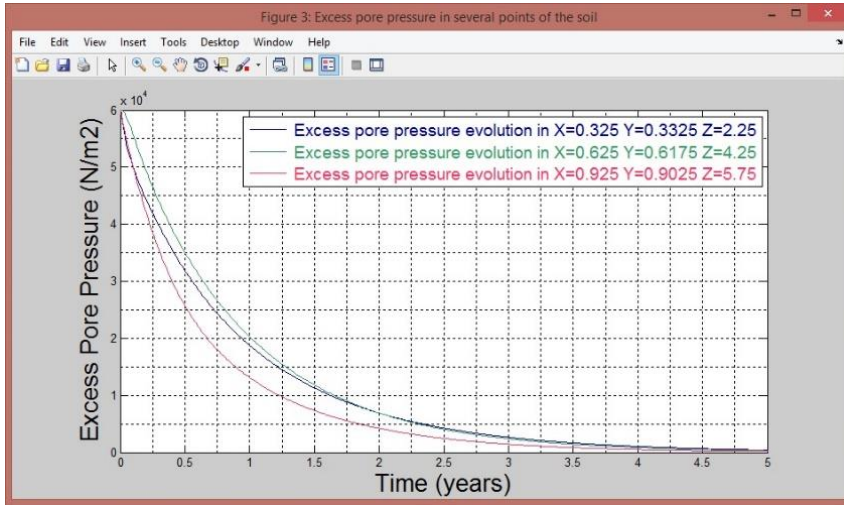


Figura 3.41 Evolución del exceso de presión intersticial en 3 puntos del suelo. Suelo de 6 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.3) sometido a una carga de 60 kN/m².

Mecha totalmente penetrante ($d = 6$ m, $a = b = 0.9$ m)

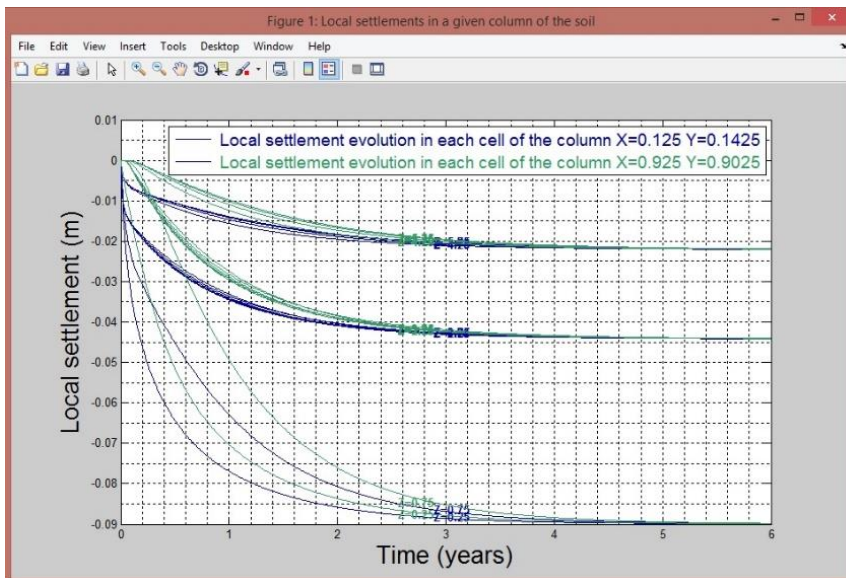


Figura 3.42 Evolución de asentamientos locales en 2 columnas de suelo. Suelo de 6 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.3) sometido a una carga de 60 kN/m².

Mecha totalmente penetrante ($d = 6$ m, $a = b = 0.9$ m)

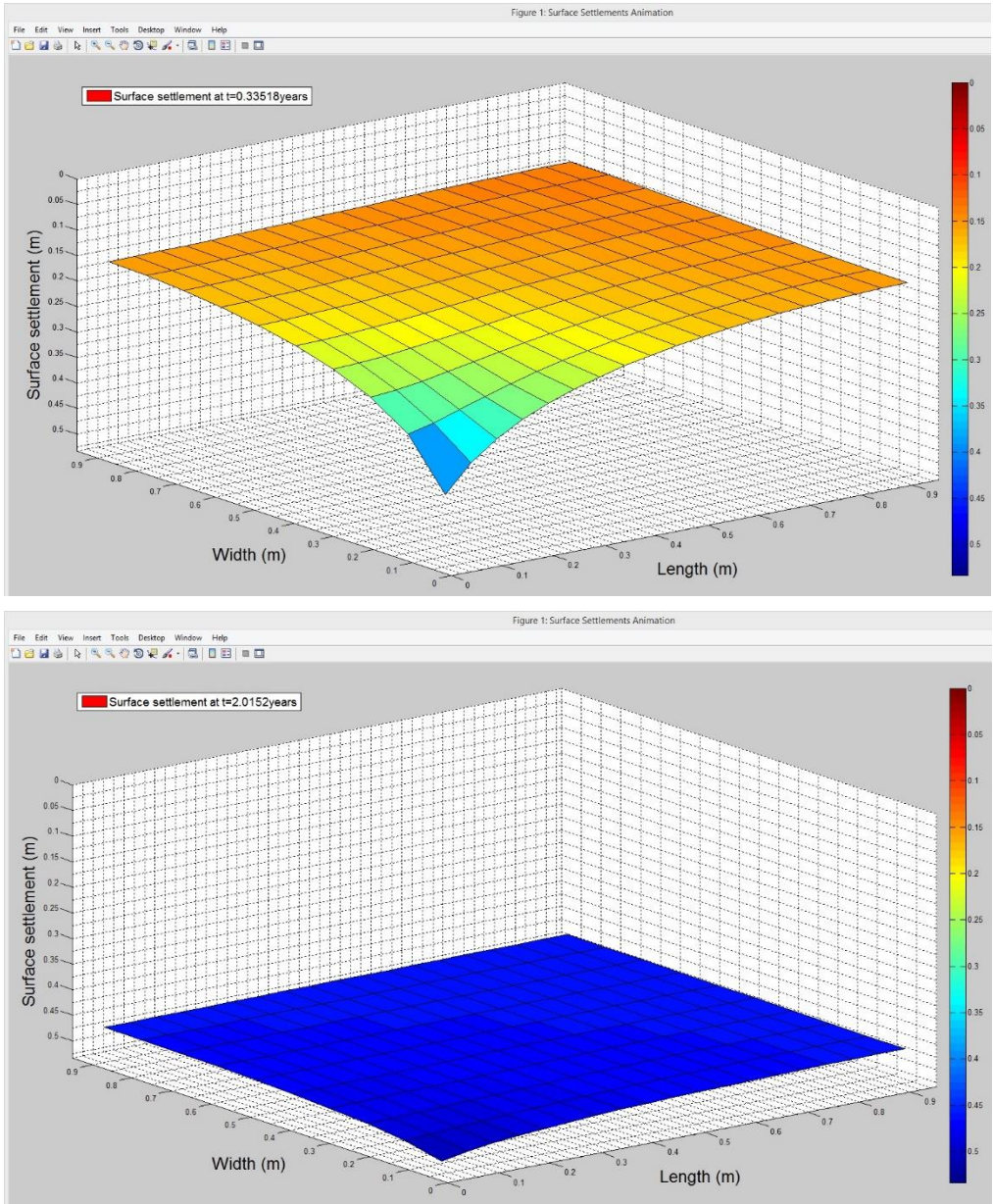


Figura 3.43 Evolución del asiento en la superficie del terreno en $t = 0.34$ años y en $t = 2.01$ años.

Suelo de 6 m espesor formado por 3 capas (Tabla 3.3) sometido a una carga de 60 kN/m^2 .

Mecha totalmente penetrante ($d = 6 \text{ m}$, $a = b = 0.9 \text{ m}$)

3.2. Aplicaciones de investigación

A continuación se presentan una serie de aplicaciones de investigación que han dado como resultado una serie de curvas universales (García-Ros [2016]), en forma de ábacos de uso sencillo, que representan la solución para estos escenarios de consolidación. Para su obtención, se ha realizado un gran número de simulaciones mediante el software SICOMED_3D.

Primera aplicación: Escenarios 1-D en geometría rectangular y en suelos de dos capas. Curvas universales

Un tratamiento del problema mediante el análisis dimensional (Gibbings [2011]), por su sencillez de aplicación, debe partir de la lista relevante de variables $\{\bar{U}, t, c_{v1}, c_{v2}, H_1, H_2\}$, donde \bar{U} es el grado medio de consolidación (adimensional), t el tiempo (s), c_{v1} y c_{v2} los coeficientes de consolidación (m^2/s) y H_1 y H_2 los espesores de los estratos (m). De esta lista, el teorema de Pi permite deducir la siguiente lista completa e independiente de monomios adimensionales (un resultado idéntico si se adimensionalizan las ecuaciones de cada capa):

$$\pi_1 = \frac{H_1}{H_2}, \quad \pi_2 = \frac{c_{v1}}{c_{v2}}, \quad \pi_3 = \frac{t c_{v1}}{H_1^2}, \quad \pi_4 = \bar{U}$$

lo que permite escribir la solución del problema para \bar{U} en la forma

$$\pi_4 = \Psi(\pi_1, \pi_2, \pi_3)$$

o bien

$$\bar{U} = \Psi\left(\frac{H_1}{H_2}, \frac{c_{v1}}{c_{v2}}, \frac{t c_{v1}}{H_1^2}\right)$$

con Ψ una función arbitraria y desconocida de sus argumentos. Adviértase que el tiempo adimensional o factor tiempo (π_3), que en adelante denotaremos por T_v , podría haberse expresado en la forma $t c_{v2}/H_2^2$, o también $t c_{v1}/H_2^2$ o $t c_{v2}/H_1^2$; sobre estas alternativas de elección volveremos más tarde. La dependencia $\bar{U} = \Psi(\pi_1, \pi_2, \pi_3)$ es universal y su representación habitual es mostrar \bar{U} en el eje de ordenadas frente al tiempo adimensional, $T_v = t c_{v1}/H_1^2$, en el eje de abscisas, y construir sendos ábacos para diferentes valores de π_1 con π_2 como parámetro de ábaco o al revés. Se han adoptado rangos de valores [0.2-5] y [0.1-10] para los monomios π_1 y π_2 , respectivamente, para cubrir una buena parte de los casos reales.

Se define ahora un tiempo característico t_0 que se corresponde con la duración del proceso de consolidación y que permite redefinir π_3 en la forma

$$\pi_3 = \frac{t_0 c_{v1}}{H_1^2}$$

que, al ser de orden de magnitud unidad, permite deducir el orden de magnitud de la incógnita

$$t_0 \sim \frac{H_1^2}{c_{v1}}$$

y escribir como solución del problema para t_0 la expresión $\pi_3 = \Psi(\pi_1, \pi_2)$, o bien

$$t_0 = \frac{H_1^2}{c_{v1}} \Psi(\pi_1, \pi_2)$$

A partir del tiempo característico t_0 , la solución para el grado medio de consolidación \bar{U} es

$$\bar{U} = \Psi\left(\frac{H_1}{H_2}, \frac{c_{v1}}{c_{v2}}, \frac{t}{t_0}\right)$$

con el tiempo adimensionalizado con una referencia que garantiza el orden de magnitud unidad.

Modelo matemático

La Figura 3.44 muestra un esquema físico del problema: suelo constituido por dos estratos de diferentes propiedades que se consolida, debido al efecto de una carga q_0 aplicada en superficie, en un proceso 1-D vertical bajo las condiciones de contorno indicadas.

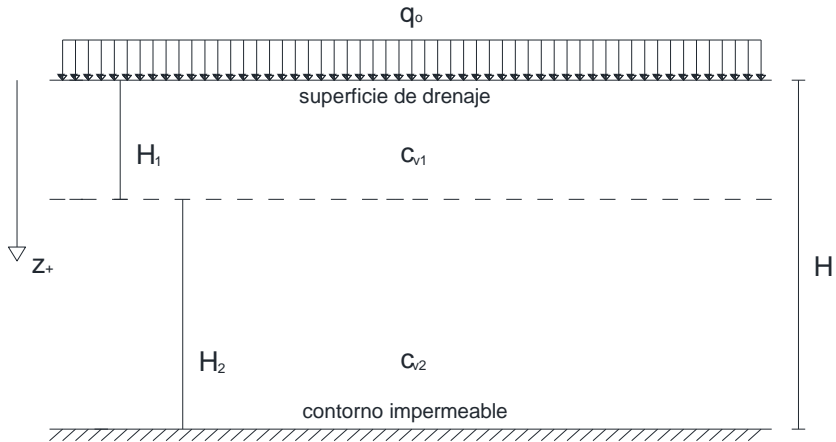


Figura 3.44 Esquema físico del problema de consolidación 1-D lineal vertical con dos capas de suelo

El modelo matemático está regido por las ecuaciones de gobierno y condiciones de contorno e iniciales siguientes:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v1} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad 0 \leq z \leq H_1$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad H_1 \leq z \leq H$$

$$\frac{\partial u}{\partial z}(z=H, t) = 0 \quad \text{Borde inferior impermeable}$$

$$u(z=0, t) = 0 \quad \text{Drenaje libre}$$

$$u(z, t=0) = q_0$$

Exceso de presión intersticial inicial uniforme

donde H es el espesor total de suelo (m). Este modelo se introduce en el programa SICOMED_3D siguiendo los pasos del Capítulo anterior.

Simulaciones. Ábacos para el tiempo característico y el grado medio de consolidación

En las Figuras 3.45.a a 3.50.a se presentan los resultados numéricos en forma de ábacos de sencilla utilización que nos permiten determinar el grado medio de consolidación (relación entre el asiento alcanzado en un determinado tiempo y el asiento final), en función del factor de tiempo T_v , para suelos formados por 2 capas. Recordamos que en este caso T_v tiene la expresión $T_v = \frac{t c_{v1}}{H_1^2}$. Cada uno de los 6 ábacos está construido para un determinado valor del monomio $\pi_1 = H_1/H_2$. Los valores escogidos de esta relación son: 0.2, 0.5, 1, 1.5, 3 y 5, de tal manera que con ellos se abarca la mayor parte de la casuística que podemos encontrar en la realidad. Como parámetro de estos ábacos asumimos la relación c_{v1}/c_{v2} , expresada por el monomio π_2 (en el rango de valores 0.1-10). El grado medio de consolidación, en ordenadas, se representa frente al tiempo, expresado de forma adimensional a través del factor de tiempo T_v .

Alternativamente, también se representan los ábacos para la obtención del tiempo característico del proceso, t_0 , Figuras 3.45.b a 3.50.b, y para el grado de consolidación promedio, 3.45.c a 3.50.c, en función de un tiempo adimensional t' , cuya expresión es $t' = \frac{t}{t_0}$. La referencia que se ha elegido para la lectura del t_0 es, en este caso, que el tiempo haya alcanzado un 90% de grado de consolidación local a una profundidad $z' = 0.9$ (es decir, si dividimos el dominio en 10 partes, a una distancia de 9 partes de la zona de drenaje).

Es importante tener en cuenta que las características del estrato superior se relevan determinantes para el proceso global de consolidación. Al producirse el drenaje solamente por la superficie del terreno, el flujo de agua tiene únicamente una componente (vertical), lo cual hace que el drenaje y consolidación del estrato inferior se vean condicionados por las propiedades del medio superior, pues éste permitirá la expulsión de agua del estrato inferior con mayor o menor facilidad en función de su espesor y de su coeficiente de consolidación. Es por esto que al expresar el tiempo de forma adimensional a través del factor de tiempo, se ha escogido como tiempo de referencia el de la capa superior de suelo (H_1^2/c_{v1}).

A la vista de la representación del grado medio de consolidación frente al factor de tiempo (Figuras 3.45.a a 3.50.a), vemos que a medida que aumenta π_1 (el espesor del estrato superior va cobrando importancia respecto al espesor del estrato inferior) las distintas curvas para π_2 se acercan pues el proceso es cada vez más parecido al caso de consolidación con una única capa (gobernado por la capa superior, en este caso).

Ábacos para $\pi_1 = 0.2$

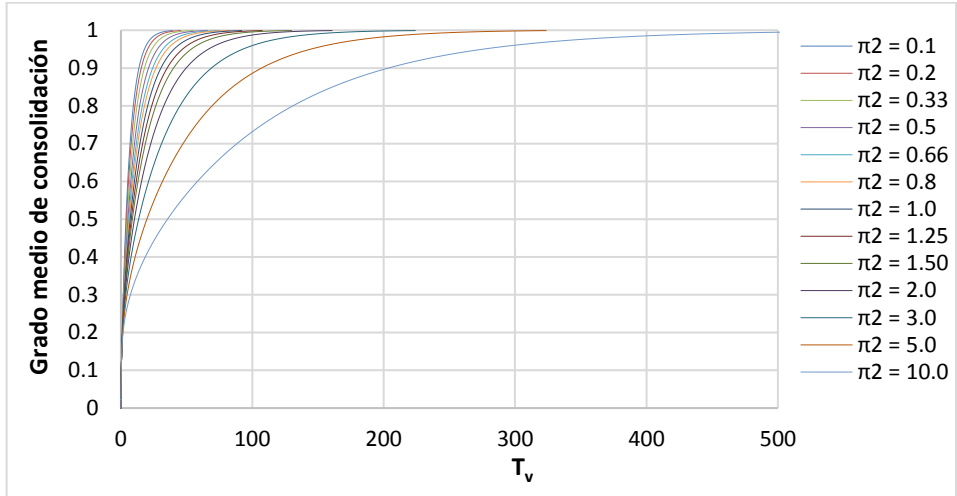


Figura 3.45.a Grado medio de consolidación en función de T_v y π_2 . $\pi_1 = 0.2$

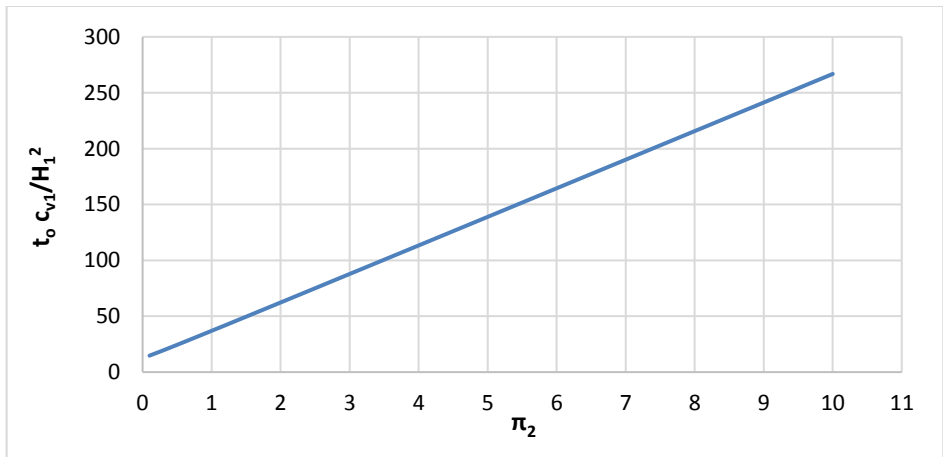


Figura 3.45.b Obtención del tiempo característico en función de π_2 . $\pi_1 = 0.2$

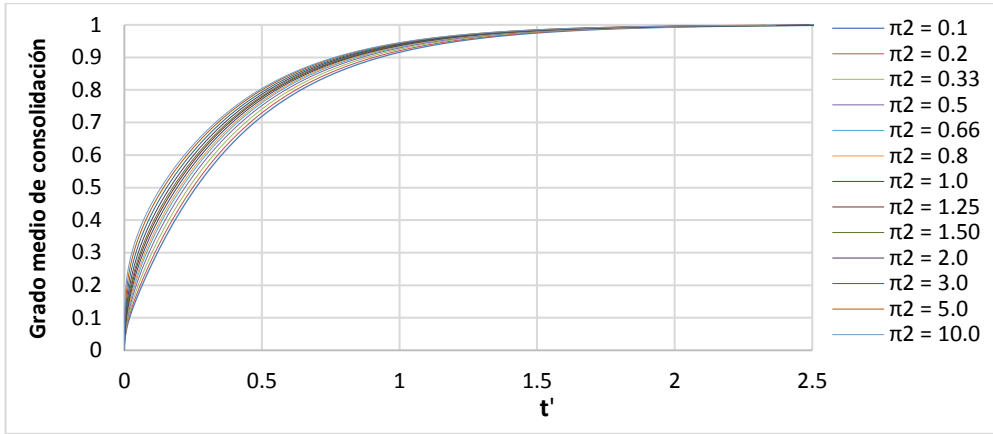


Figura 3.45.c Grado medio de consolidación en función de t' y π_2 . $\pi_1 = 0.2$

Ábacos para $\pi_1 = 0.5$

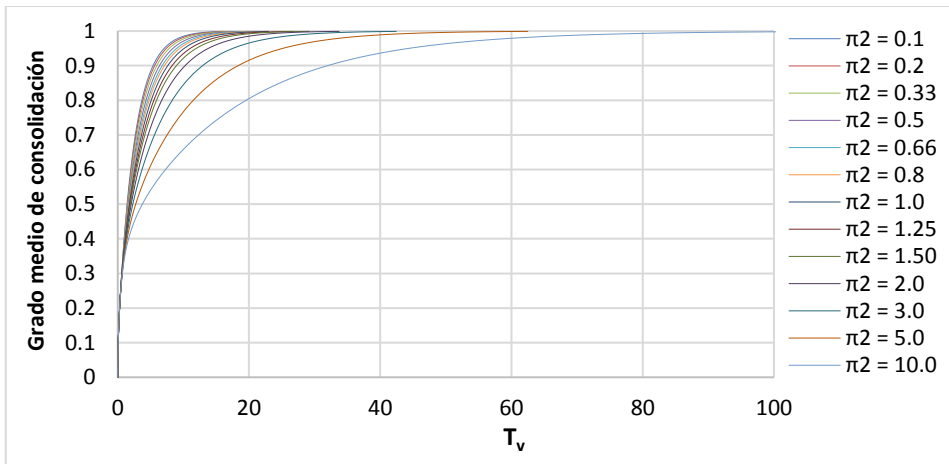


Figura 3.46.a Grado medio de consolidación en función de T_v y π_2 . $\pi_1 = 0.5$

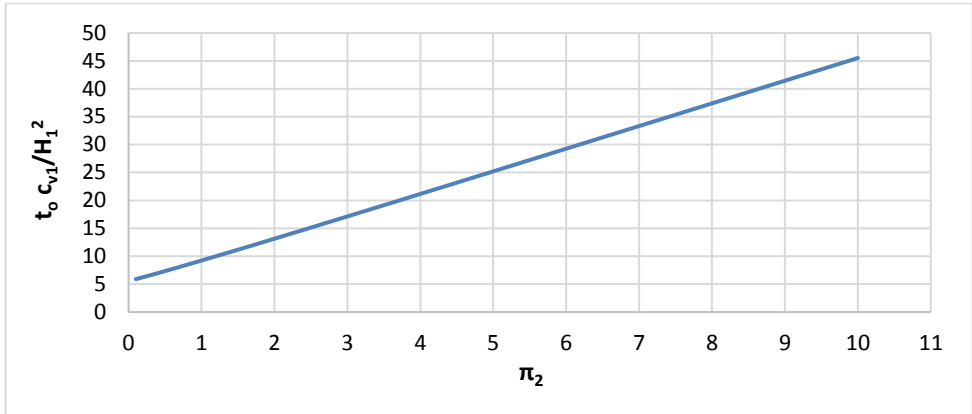


Figura 3.46.b Obtención del tiempo característico en función de π_2 . $\pi_1 = 0.5$

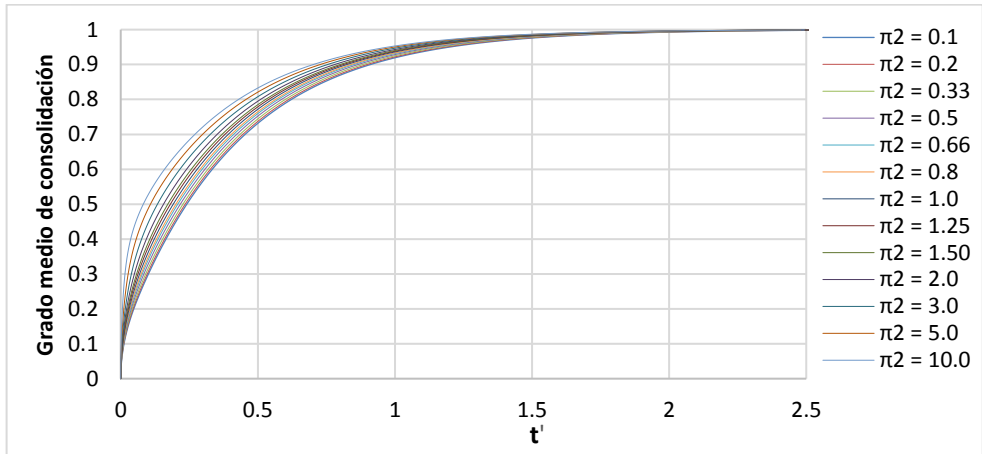


Figura 3.46.c Grado medio de consolidación en función de t' y π_2 . $\pi_1 = 0.5$

Ábacos para $\pi_1 = 1$

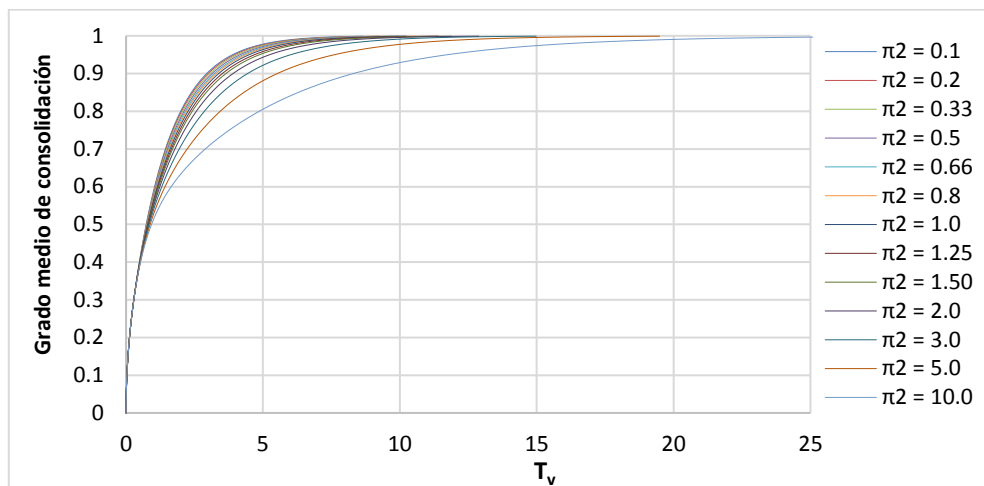


Figura 3.47.a Grado medio de consolidación en función de T_v y π_2 , $\pi_1 = 1$

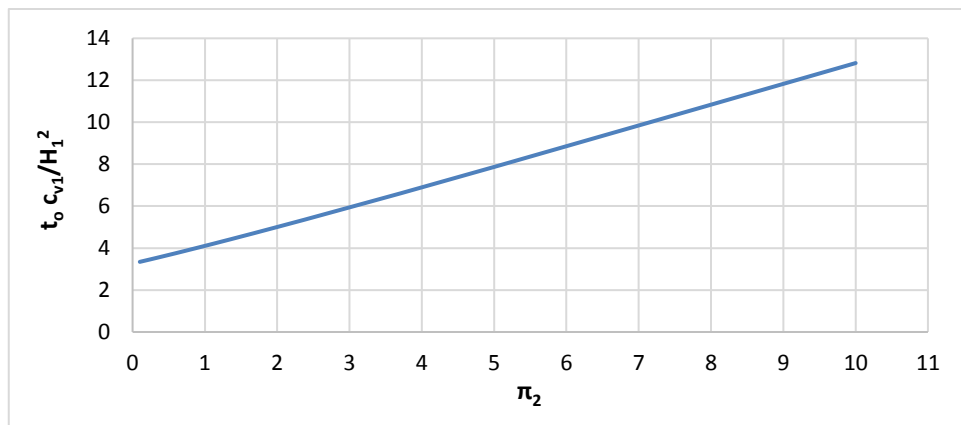


Figura 3.47.b Obtención del tiempo característico en función de π_2 , $\pi_1 = 1$

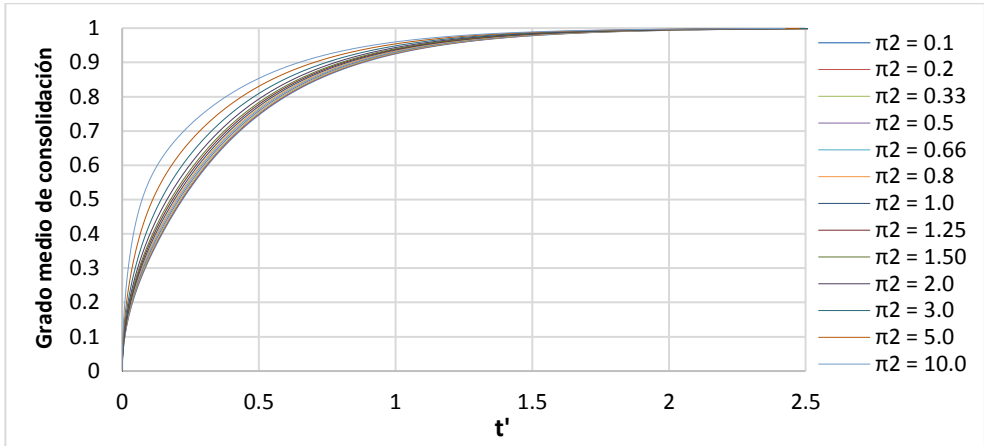


Figura 3.47.c Grado medio de consolidación en función de t' y π_2 , $\pi_1 = 1$

Ábacos para $\pi_1 = 1.5$

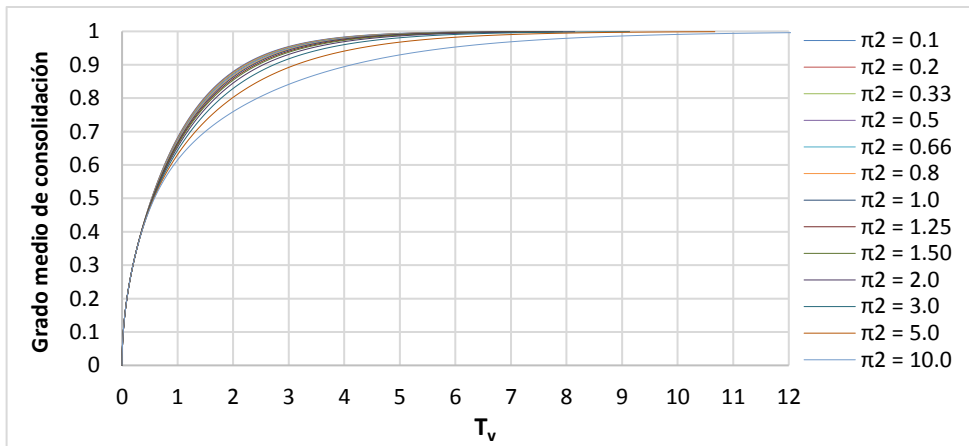


Figura 3.48.a Grado medio de consolidación en función de T_v y π_2 , $\pi_1 = 1.5$

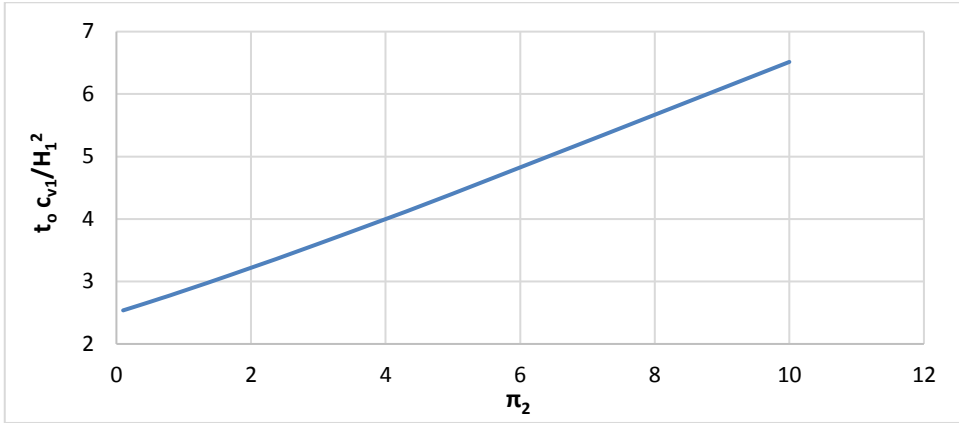


Figura 3.48.b Obtención del tiempo característico en función de π_2 . $\pi_1 = 1.5$

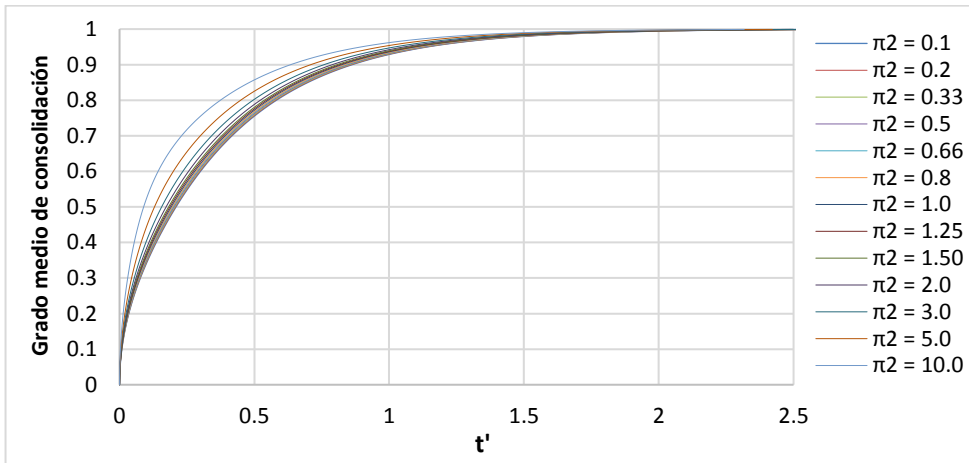


Figura 3.48.c Grado medio de consolidación en función de t' y π_2 . $\pi_1 = 1.5$

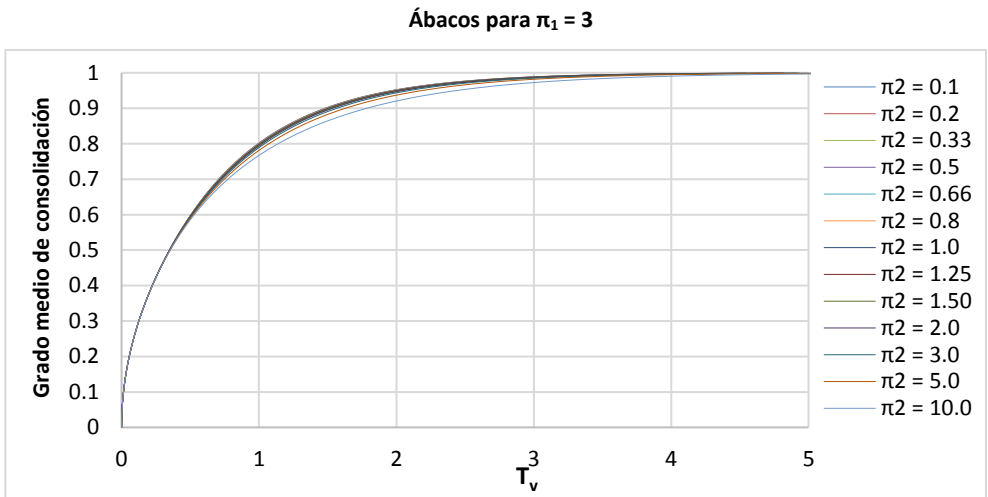


Figura 3.49.a Grado medio de consolidación en función de T_v y π_2 . $\pi_1 = 3$

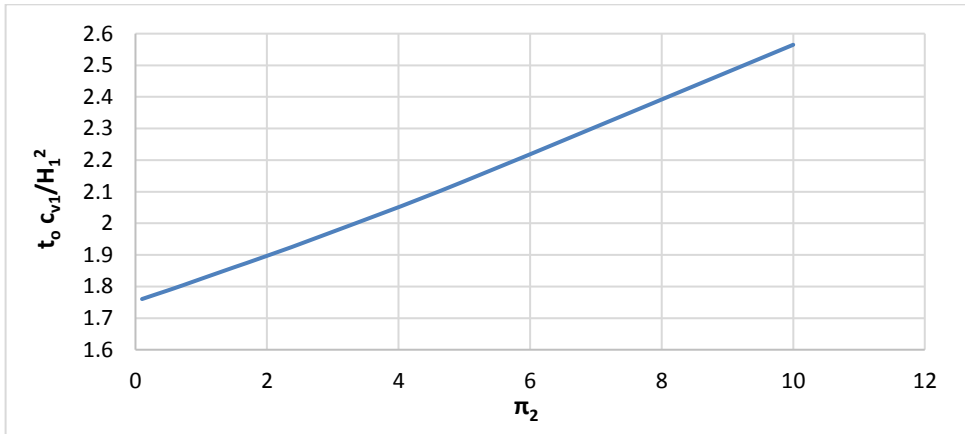


Figura 3.49.b Obtención del tiempo característico en función de π_2 . $\pi_1 = 3$

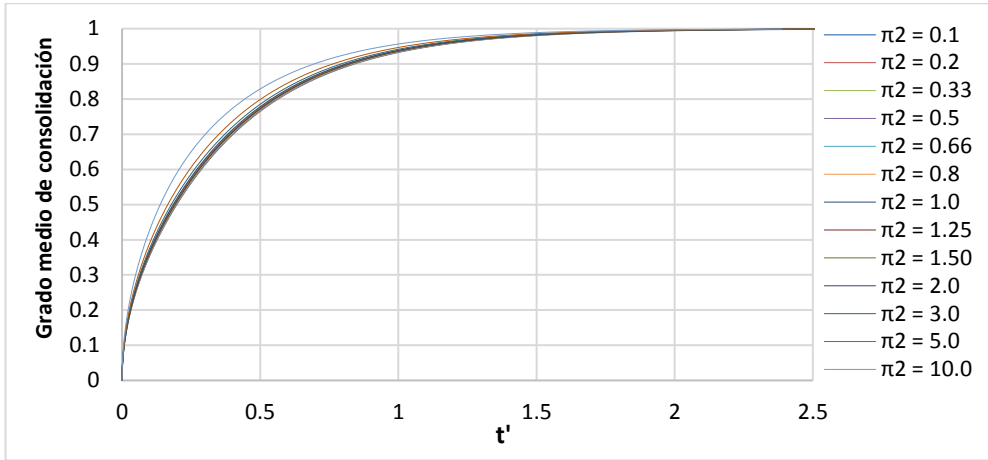


Figura 3.49.c Grado medio de consolidación en función de t' y π_2 , $\pi_1 = 3$

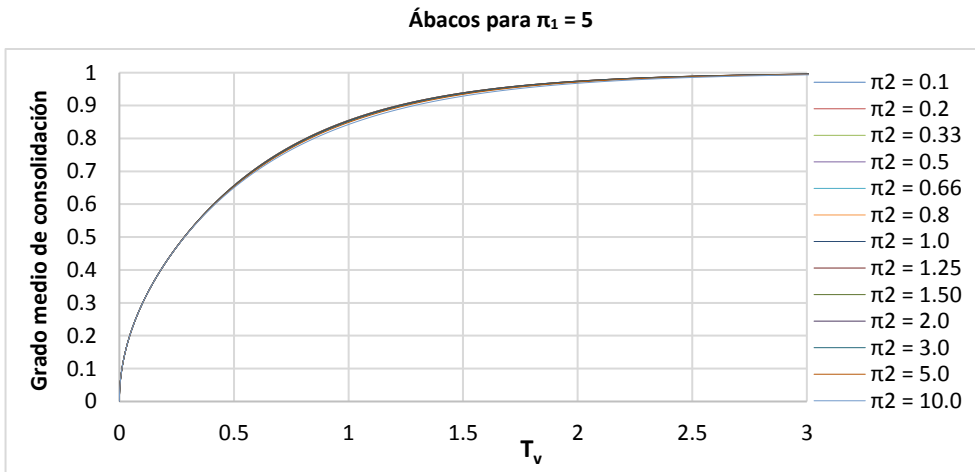


Figura 3.50.a Grado medio de consolidación en función de T_v y π_2 , $\pi_1 = 5$

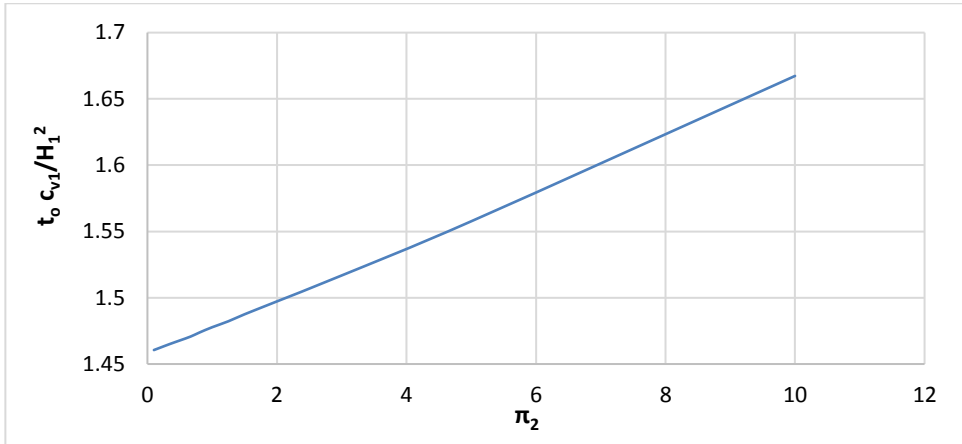


Figura 3.50.b Obtención del tiempo característico en función de π_2 . $\pi_1 = 5$

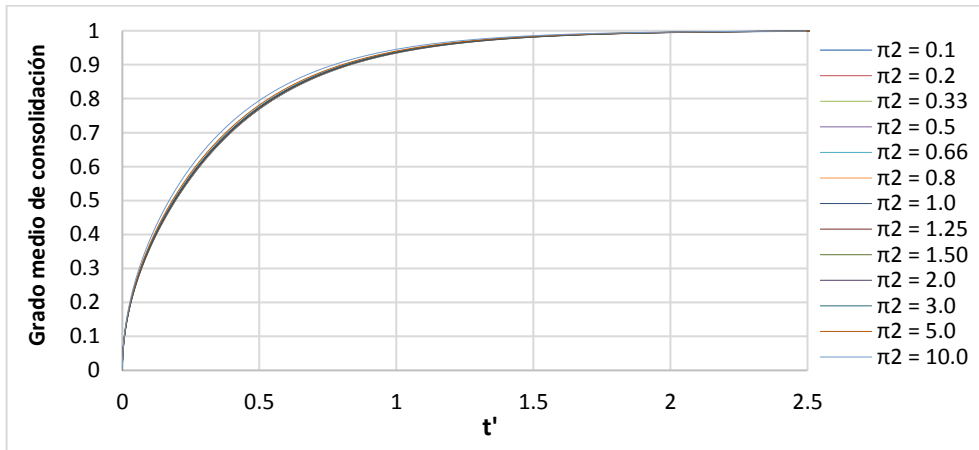


Figura 3.50.c Grado medio de consolidación en función de t' y π_2 . $\pi_1 = 5$

También, a medida que π_1 se aproxima a 0 el proceso es cada vez más parecido al caso de consolidación con una única capa (gobernado en este caso por la capa inferior). En cambio, en esta ocasión las distintas curvas para π_2 se encuentran cada vez más alejadas, lo cual pone de manifiesto que, no siendo incorrecta, la manera de elegir el tiempo adimensional ha sido bastante arbitraria, a pesar de que se ha escogido la aparentemente más lógica de las opciones (tomar como referencias el c_v y el espesor de la capa superior).

Las Figuras 3.45.b a 3.50.b muestran una serie de gráficas que nos permiten obtener el tiempo característico (t_0) a partir de su forma adimensional π_3 y en función de los distintos parámetros y propiedades de las dos capas de suelo, expresadas en forma adimensional por los monomios π_1 y π_2 .

Como veremos, la determinación del tiempo característico t_0 es de suma importancia pues nos informa con gran precisión de la duración del proceso de consolidación. De la observación de estas gráficas es inmediato concluir que:

- la relación entre π_3 y π_2 es prácticamente proporcional, de manera que π_3 crece linealmente con π_2 , para cualquier valor dado de π_1 . Si, por ejemplo, y para un π_1 conocido, mantenemos constantes en el monomio π_3 los valores de c_{v1} y H_1 , el valor de t_0 disminuye al aumentar c_{v2} (pues π_2 decrece conforme sube c_{v2} , al bajar π_2 baja también π_3 , con lo cual t_0 disminuye). Desde el punto de vista físico es sencillo comprender que, dados unos valores fijos de c_{v1} , H_1 y H_2 , a medida que aumenta c_{v2} el tiempo de consolidación t_0 se reducirá;
- π_3 crece conforme disminuye π_1 . En este caso, al mantener constantes en el monomio π_3 los valores de c_{v1} y H_1 , y para un π_2 conocido, el valor de t_0 decrece al disminuir H_2 (pues π_1 aumenta conforme baja H_2 , al subir π_1 baja π_3 , con lo que t_0 disminuye). Físicamente esto significa que, dados unos valores fijos de c_{v1} , c_{v2} y H_1 , a medida que disminuye H_2 el tiempo de consolidación t_0 se reduce.

Respecto del valor de π_3 , no queremos dejar sin aclarar que en su definición, $= \frac{t_0 c_{v1}}{H_1^2}$, se ha afirmado que es de orden de magnitud unidad, lo cual parece una contradicción a la vista de los resultados anteriores. Como vemos, para el caso de $\pi_1 = 0.2$ el valor de este monomio oscila entre 15 y 250, para el intervalo de π_2 analizado. Sin embargo, conforme π_1 crece el valor de π_3 se aproxima cada vez más al orden de magnitud unidad. En realidad, esto no es ninguna incongruencia sino que al haber escogido como referencias los valores c_{v1} y H_1 del estrato superior y tomado π_3 del orden de magnitud unidad, lo que se ha establecido como t_0 es el tiempo característico que tomaría el estrato superior en consolidar, por separado e independientemente del estrato inferior. Es por esto que, a medida que el estrato inferior va cobrando importancia (aumentando su espesor o bien reduciendo su coeficiente de consolidación) éste supone un impedimento cada vez mayor al paso del agua y, por tanto, el tiempo de consolidación t_0 aumenta, pudiendo superar ampliamente el valor unidad en los casos más extremos.

Una vez se ha determinado el valor del tiempo característico de consolidación, t_0 , es posible adimensionalizar el tiempo dividiéndolo por esta referencia, de manera que el orden de magnitud de este tiempo adimensional (t') sí que será la unidad. Así, cuando representamos el grado medio de consolidación frente a este tiempo adimensional t' (Figuras 3.45.c a 3.50.c) vemos como a medida que el proceso se acerca a los casos de consolidación vertical con una sola capa (por ejemplo, $\pi_1 \geq 3$, proceso dominado por el estrato superior; o $\pi_1 \leq 0.2$, proceso dominado por el estrato inferior) las curvas de \bar{U} se aproximan unas a otras, independientemente del valor de π_2 , mientras que para casos donde ambos estratos tienen una fuerte influencia (valores del entorno cercano a $\pi_1 = 1$) las curvas encuentran su mayor separación y, por tanto, dependencia del monomio π_2 .

Segunda aplicación: Escenarios 2-D en geometría rectangular y en suelos anisótropos. Curvas universales

En la Figura 3.51 se muestra un esquema físico del problema: suelo drenado por la superficie del terreno y lateralmente mediante faja indefinida que consolida, debido al efecto de una carga q_0 aplicada en superficie, en un proceso con flujo de agua 2-D en coordenadas rectangulares, bajo las condiciones de contorno indicadas.

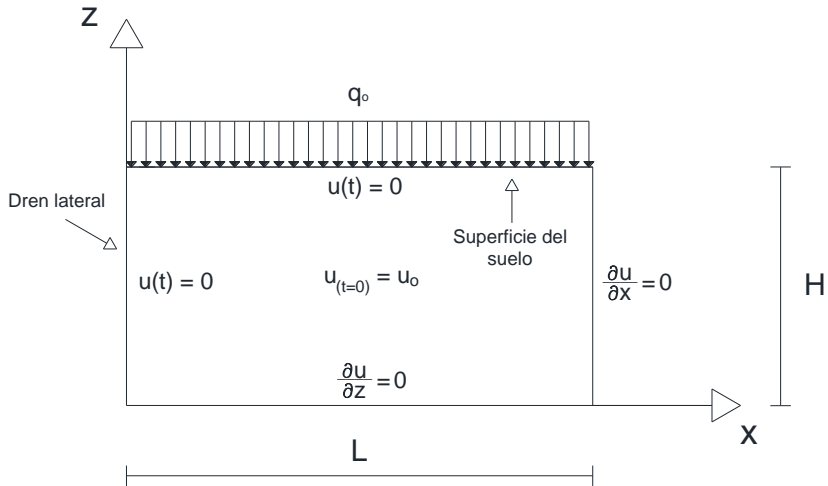


Figura 3.51 Esquema físico del problema de consolidación 2-D lineal rectangular

El modelo matemático, asumidas las habituales hipótesis de consolidación lineal (Capítulo II), está formado por las ecuaciones

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$u_{(x=0,z,t)} = u_{(x,z=H,t)} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x=L,z,t) = \frac{\partial u}{\partial z}(x,z=0,t) = 0$$

$$u_{(x,z,t=0)} = q_0$$

Bordes drenantes

Bordes impermeables

Exceso de presión intersticial inicial uniforme

Las referencias para adimensionalizar las variables x , z y u se encuentran explícitas en el enunciado del problema; éstas son L , H y q_0 (de aquí en adelante u_0), respectivamente. En relación con el tiempo, adoptamos cualquiera de las referencias comunes $H^2/c_{v,z}$ (para el flujo vertical) o $L^2/c_{v,x}$ (para el flujo horizontal). Así, sustituyendo las variables adimensionales

$$x' = \frac{x}{L}, \quad z' = \frac{z}{H}, \quad u' = \frac{u}{u_0}, \quad t' = \frac{t c_{v,z}}{H^2}$$

en la ecuación de gobierno y simplificando, resulta

$$\left(\frac{c_{v,z}}{H^2}\right)\frac{\partial u'}{\partial t'} = \left(\frac{c_{v,z}}{H^2}\right)\frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2} + \left(\frac{c_{v,x}}{L^2}\right)\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2}$$

Esta ecuación adimensional muestra en primer lugar que su solución no depende del exceso de presión intersticial inicial, u_0 . Asumiendo que los cambios de u' en todo el dominio (términos fuera de paréntesis en la expresión anterior) son de orden de magnitud unidad, los coeficientes de los términos de la ecuación, cuya unidad de medida es la inversa del tiempo, son del mismo orden de magnitud. El único cociente independiente que puede formarse con estos coeficientes es el grupo adimensional que rige la solución del problema:

$$\pi_1 = \left(\frac{c_{v,z}L^2}{c_{v,x}H^2}\right)$$

La forma adimensional de cualquier incógnita de interés (por ejemplo el tiempo característico de consolidación, t_0) dependerá forzosamente de este grupo. Eventualmente, si se trata de una incógnita dependiente del tiempo (como el grado medio de consolidación, \bar{U}) también dependerá del grupo

$$\pi_2 = \left(\frac{t c_{v,z}}{H^2}\right)$$

y si se trata de una incógnita dependiente del tiempo y de la posición (como el grado local de consolidación, U) dependerá de los monomios π_1 , π_2 y de las coordenadas adimensionales x' y z' . Así,

$$\bar{U}(t) = \psi\left\{\left(\frac{t c_{v,z}}{H^2}\right), \left(\frac{c_{v,z}L^2}{c_{v,x}H^2}\right)\right\}$$

$$U(x, z, t) = \psi\left\{\left(\frac{t c_{v,z}}{H^2}\right), \left(\frac{x}{L}\right), \left(\frac{z}{H}\right), \left(\frac{c_{v,z}L^2}{c_{v,x}H^2}\right)\right\}$$

Por medio de la expresión de $\bar{U}(t)$ anterior es posible representar el grado medio de consolidación (o asentamiento temporal) como un ábaco de la forma $\bar{U}(t) = \Psi\left(\frac{t c_{v,z}}{H^2}\right)$ usando π_1 como parámetro. Esta dependencia ha sido resuelta numéricamente mediante el método de redes y los resultados se muestran en la Figura 3.52. La Figura 3.53 es un detalle de esta dependencia para una mejor lectura de los resultados. El uso de este ábaco es inmediato. Partiendo de los parámetros del problema (L , H , $c_{v,x}$, $c_{v,z}$) y del tiempo t para el que se quiere determinar $\bar{U}(t)$, se calculan los parámetros π_1 y π_2 . Entrando con estos valores en las Figuras 3.52 y 3.53 puede leerse el valor de $\bar{U}(t)$.

Como puede apreciarse, existen desviaciones significativas en el grado medio de consolidación para un mismo instante en los diferentes escenarios o valores de π_1 . Para casos con $\pi_1 > 1$, que equivalen a $(H^2/c_{v,z}) < (L^2/c_{v,x})$, la referencia para el tiempo adimensional es pequeña en comparación con el tiempo característico necesario para relajar el exceso de presión intersticial con drenaje horizontal. Esto significa que pequeños valores π_2 no permiten relajar rápidamente la presión ni por drenaje vertical ni por drenaje horizontal, aportando en consecuencia pequeños valores del grado medio de consolidación. Resultados contrarios ocurren cuando $\pi_1 < 1$, o $(H^2/c_{v,z}) > (L^2/c_{v,x})$; ahora, pequeños

valores de π_2 no permiten relajar la presión por drenaje vertical pero sí lo permiten por drenaje horizontal, proporcionando así valores elevados del grado medio de consolidación.

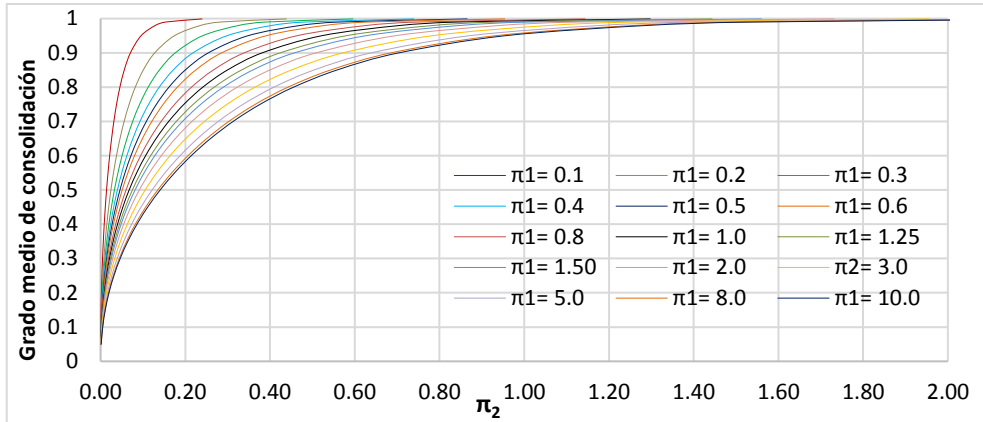


Figura 3.52 Grado medio de consolidación en función de π_1 y π_2 en dominios rectangulares anisótropos

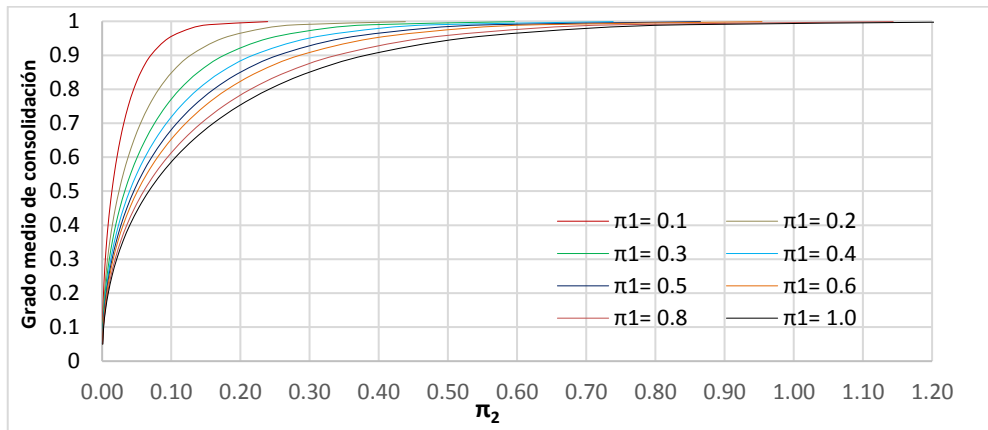


Figura 3.53 Grado medio de consolidación en función de π_1 y π_2 en dominios rectangulares anisótropos

La elección de la referencia $L^2/c_{v,x}$ para definir el tiempo adimensional (haciendo $\pi_2 = c_{v,x}t/L^2$) da lugar a un ábaco completamente similar al de la Figura 3.52, cambiando simplemente el parámetro de las curvas $\pi_1 = 0.1$ por $\pi_1 = 10$; $\pi_1 = 0.2$ por $\pi_1 = 5$; 0.5 por 2... El valor $\pi_1=10$ puede ser considerado como una curva límite que proporciona una buena aproximación del caso de consolidación vertical 1-D para el cual $c_{v,x} = 0$. π_1 (cuyo valor teórico tiende a infinito) no emerge en este caso como un grupo adimensional en el proceso de adimensionalización de la ecuación de gobierno.

El tiempo característico

En relación con éste, siguiendo a Alhama y Madrid [2012], es posible asumir una referencia desconocida (nueva, no explicitada en el enunciado), en lugar de los cocientes $H^2/c_{v,z}$ o $L^2/c_{v,x}$ deducidos de los parámetros del problema. Se trataría de una incógnita cuyo valor quedaría establecido al final del proceso de consolidación en función de los grupos adimensionales resultantes. Este tiempo de referencia (t_0) es el requerido para reducir la presión intersticial inicial (u_0) en una posición dada (lejos de las fronteras de drenaje) hasta un cierto porcentaje (pequeño) de su valor. De esta forma t_0 se asocia al tiempo para el que el grado medio de consolidación alcanza un valor suficientemente elevado. Con esto, el rango de valores de $t'=t/t_0$ puede confinarse aproximadamente al intervalo $[0,1]$ como ocurre con las otras variables adimensionales. Sustituyendo x' , z' , u' y t' en (III.25), la ecuación adimensional de gobierno resultante es

$$\left(\frac{1}{t_0}\right) \frac{\partial u'}{\partial t'} = \left(\frac{c_{v,z}}{H^2}\right) \frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2} + \left(\frac{c_{v,x}}{L^2}\right) \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2}$$

y los dos cocientes independientes formados por los coeficientes de la ecuación son los grupos adimensionales buscados:

$$\pi_1 = \left(\frac{c_{v,z}L^2}{c_{v,x}H^2}\right) \quad \pi_{2,t_0} = \left(\frac{t_0 c_{v,z}}{H^2}\right)$$

Estos grupos tienen un claro significado físico. El primero, escrito en la forma $\pi_1 = \frac{L^2/c_{v,x}}{H^2/c_{v,z}}$, es el cociente entre dos tiempos característicos; el requerido por el proceso para alcanzar una reducción significativa en la presión de poros a lo largo de la línea horizontal del dominio y el requerido para alcanzar dicha reducción a lo largo de la línea vertical. El segundo, $\pi_{2,t_0} = \frac{t_0}{H^2/c_{v,z}}$, compara el tiempo característico para alcanzar una reducción sensible de la presión de poros en todo el dominio con el requerido para alcanzar dicha reducción a lo largo de la línea vertical. Advuértase que el último grupo podía haberse presentado en la forma $\frac{t_0}{L^2/c_{v,x}}$; como veremos más tarde, ambas formas conducen a las mismas curvas universales para el grado de consolidación promedio.

A partir de estos grupos, el valor del tiempo característico se deduce de la solución $\pi_{2,t_0} = f(\pi_1)$. Despejando t_0 de esta expresión, se llega a

$$t_0 = \left(\frac{H^2}{c_{v,z}}\right) f\left(\frac{c_{v,z}L^2}{c_{v,x}H^2}\right)$$

Con f una función arbitraria (desconocida) de argumento π_1 . Esta solución depende de la posición en la que se mide la caída de la presión intersticial así como del porcentaje establecido de caída. Hemos elegido para ello un punto del dominio de coordenadas $x' = 0.9$ y $z' = 0.1$, y fijado el porcentaje de caída en diferentes valores, 50, 80, 90 y 95%. Se han llevado a cabo simulaciones numéricas para valores de

π_1 en el intervalo [0.01,15], cubriendo así la totalidad de casos prácticos posibles; los valores concretos para cada simulación se han obtenido cambiando los valores de $c_{v,x}$ o L , ya que estos parámetros sólo aparecen en el monomio π_1 . Para cada simulación se lee t_o y se deduce el valor de π_2 de la expresión (III.35), lo que permite obtener el par de valores (π_1, π_{2,t_o}) que determinan un punto de la dependencia $\pi_{2,t_o} = f(\pi_1)$, mostrada en la Figura 3.54.

La Figura 3.55 es un detalle de esta dependencia para una mejor lectura de los resultados. Las curvas muestran un cambio apreciable de valores del tiempo característico t_o para valores de π_1 inferiores a 4, con valores lentamente crecientes de t_o para valores de π_1 mayores que 4. Este comportamiento es coherente ya que si mantenemos el grupo $(H^2/t_o c_{v,z})$ constante y $(L^2/t_o c_{v,x}) \gg (H^2/t_o c_{v,z})$, lo que significa que el agua drena principalmente en la dirección vertical, un aumento de $(L^2/t_o c_{v,x})$ apenas influye en el tiempo de consolidación t_o ; sin embargo, si mantenemos el grupo $(H^2/t_o c_{v,z})$ en un valor constante y $(L^2/t_o c_{v,x}) \ll (H^2/t_o c_{v,z})$, lo que significa que el agua drena principalmente en la dirección horizontal, un aumento de $(L^2/t_o c_{v,x})$ produce un incremento significativo del tiempo de consolidación.

Estos resultados se producen cualquiera que sea el porcentaje de caída de exceso inicial de la presión de poros.

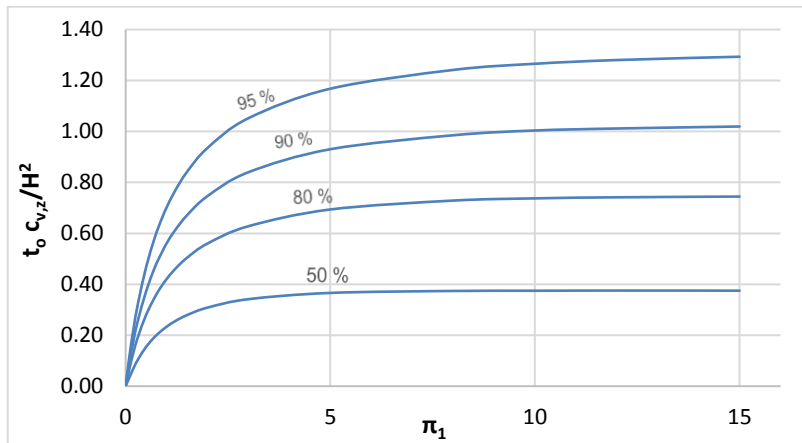


Figura 3.54 Curvas universales $\pi_{2,t_o} = f(\pi_1)$ para dominios rectangulares anisótropos.
Localización de referencia: $x=0.9L$, $z=0.1H$

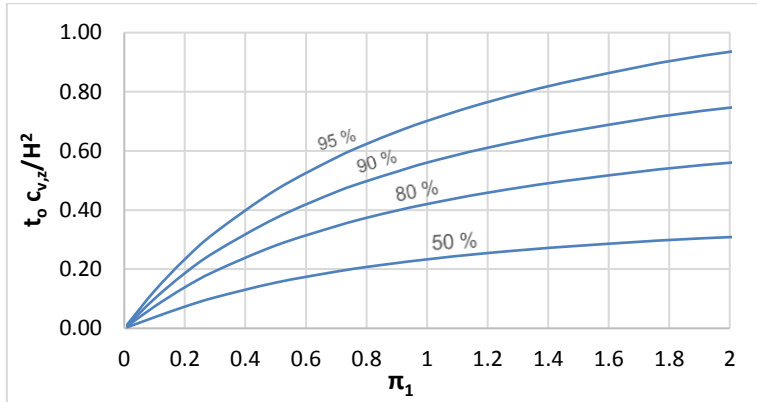


Figura 3.55 Curvas universales $\pi_{2,t_0} = f(\pi_1)$ para dominios rectangulares anisótropos.

Localización de referencia: $x = 0.9L$, $z = 0.1H$. Detalle para pequeños valores de π_1

El protocolo de uso de estas curvas es como sigue: a partir de los valores $c_{v,x}$, $c_{v,z}$, L y H , y establecido un porcentaje de caída del exceso de presión intersticial, se determina el valor de π_1 a partir de su expresión (III.35) y el de π_{2,t_0} de la dependencia $\pi_{2,t_0} = f(\pi_1)$, Figuras 3.54 y 3.55, respectivamente. Finalmente t_0 se obtiene despejándolo de la expresión de π_{2,t_0} .

La reducción de estos resultados a 1-D es inmediata. En este caso la ecuación de gobierno contiene solamente dos términos cuyos coeficientes dan lugar a un solo grupo adimensional, $\pi_{2,t_0} = \left(\frac{t_0 c_{v,z}}{H^2}\right)$, cuyo orden de magnitud unidad proporciona la solución

$$t_0 \sim \left(\frac{H^2}{c_{v,z}}\right)$$

Simulando una sola prueba para cada porcentaje de caída puede determinarse la constante (C_0) que permite escribir la dependencia anterior como una igualdad,

$$t_0 = C_0 \left(\frac{H^2}{c_{v,z}}\right)$$

La Tabla 3.4 muestra los valores de esta constante para diferentes porcentajes de caída en el punto de medida $z' = 0.1$.

	$u = 0.1 u_0$ (90% consolidación)	$u = 0.2 u_0$ (80% consolidación)	$u = 0.3 u_0$ (70% consolidación)	$u = 0.5 u_0$ (50% consolidación)
C_0	1.0260	0.7452	0.5809	0.3737

Tabla 3.4 Consolidación vertical 1-D. Valores de la constante C_0 que relaciona t_0 y $H^2/c_{v,z}$ para diferentes porcentajes de caída del exceso de presión. Punto de medida $z' = 0.1$

Para concluir este apartado, volviendo al caso general 2-D rectangular, una vez se ha determinado el valor del tiempo característico de consolidación, t_0 , es posible adimensionalizar el tiempo dividiéndolo por esta referencia (tal y como se procedió en el anterior apartado, para un porcentaje de disipación de u del 90% en el punto elegido del dominio) de manera que el orden de magnitud de este tiempo adimensional (t') será la unidad. Ahora, la expresión del grado medio de consolidación queda de la forma

$$\bar{U}(t) = \psi \left\{ \left(\frac{t}{t_0} \right), \left(\frac{c_{v,z} L^2}{c_{v,x} H^2} \right) \right\}$$

Así, cuando representamos el grado medio de consolidación frente a este tiempo adimensional t' , Figura 3.56, las curvas de consolidación se muestran muy juntas unas respecto de otras, lo cual pone de manifiesto que la referencia elegida para adimensionalizar el tiempo, t_0 , es mucho más acertada que el factor de tiempo obtenido mediante la adimensionalización clásica, T_v (Figura III.9). Se observa, además, la coincidencia de las curvas para valores de π_1 inversos (por ejemplo, $\pi_1 = 0.2$ y $\pi_1 = 5$) lo cual es otra prueba más de lo acertada que es la referencia de tiempo escogida. Sin duda, los resultados de un determinado valor de π_1 y su inverso corresponden, físicamente, el mismo caso (basta cambiar todas las variables y parámetros dependientes de z por x , y viceversa) y por tanto, han de tener la misma solución. Por todo esto, una correcta adimensionalización debe ser coherente con el proceso físico que se está analizando, aportando soluciones universales de la forma más precisa posible (Figuras 3.54, 3.55 y 3.56).

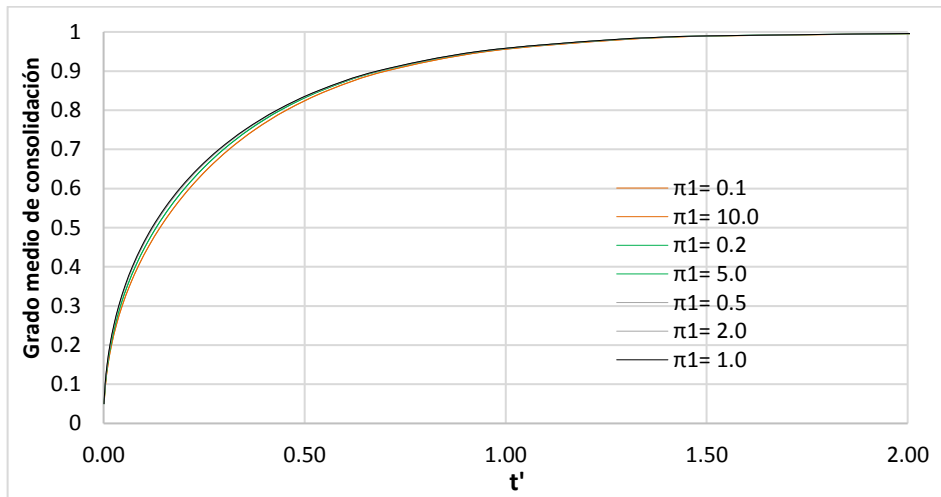


Figura 3.56 Grado medio de consolidación en función de π_1 y t/t_0 en dominios rectangulares anisótropos

A la vista de la Figura 3.56 se comprueba que aquellos casos donde predomina la consolidación 1-D (valores muy altos o muy bajos de π_1) presentan un grado medio de consolidación menor que aquellos

escenarios donde el flujo de agua es 2-D, donde, lógicamente, la consolidación se producirá con mayor rapidez. No obstante, y analizando las curvas representadas, si tomamos como curva única la correspondiente a $\pi_1 = 10$ (o $\pi_1 = 0.1$), un escenario cercano a la consolidación 1-D (del lado de la seguridad), el máximo error relativo cometido es de un 10% (para el caso de $\pi_1 = 1$).

Tercera aplicación: Escenarios 3-D rectangulares con mechas drenantes verticales. Curvas universales

En este apartado abordaremos la caracterización de aquellos escenarios que se corresponden con la disposición en planta rectangular, Figura 1.7. En el análisis, puramente lineal, los posibles efectos como el remoldeo del suelo en la zona más próxima a la mecha drenante (como consecuencia del procedimiento de instalación de la mecha en el terreno), que conduce a la variación de las propiedades del suelo en esa zona, o la colmatación del geotextil que compone la mecha, reduciendo su capacidad drenante, no han sido tenidos en cuenta.

El modelo matemático, asumidas las habituales hipótesis de consolidación lineal, está formado por las ecuaciones

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_{v,y} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

En general, los coeficientes de consolidación en el plano horizontal son iguales, $c_{v,x}=c_{v,y}$. Llamando $c_{v,h}$ al coeficiente de consolidación horizontal, la ecuación (III.57a) se simplifica a

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,h} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$u_{(x,y,z=H,t)} = 0$	Drenaje superficial
$u_{(x=[0,c],y=0,z=[H-d,H],t)} = 0$	Mecha drenante
$\frac{\partial u}{\partial x}_{(x=0,y,z,t)} = \frac{\partial u}{\partial x}_{(x=a,y,z,t)} = 0$	Bordes impermeables en X
$\frac{\partial u}{\partial y}_{(x=[0,c],y=0,z=[0,H-d],t)} = \frac{\partial u}{\partial y}_{(x=[c,a],y=0,z,t)} = \frac{\partial u}{\partial y}_{(x,y=b,z,t)} = 0$	Borde impermeable Y
$\frac{\partial u}{\partial z}_{(x,y,z=0,t)} = 0$	Borde impermeable en Z
$u_{(x,y,z,t=0)} = q_0$	Exceso de presión intersticial inicial uniforme

Las referencias para adimensionalizar las variables x , y , z y u se encuentran explícitas en el enunciado del problema; se trata de a , b , H y q_0 (de aquí en adelante u_0), respectivamente. En relación con el tiempo, adoptamos cualquiera de las referencias comunes $H^2/c_{v,z}$, para el flujo vertical, $a^2/c_{v,h}$ o $b^2/c_{v,h}$, para el flujo horizontal. Así, sustituyendo las variables adimensionales

$$x' = \frac{x}{a}, \quad y' = \frac{y}{b}, \quad z' = \frac{z}{H}, \quad u' = \frac{u}{u_0}, \quad t' = \frac{t c_{v,z}}{H^2}$$

en la ecuación de gobierno y simplificando, resulta

$$\left(\frac{c_{v,z}}{H^2}\right)\frac{\partial u'}{\partial t'} = \left(\frac{c_{v,z}}{H^2}\right)\frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2} + \left(\frac{c_{v,h}}{a^2}\right)\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \left(\frac{c_{v,h}}{b^2}\right)\frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}$$

Esta ecuación adimensional muestra en primer lugar que su solución no depende del exceso de presión intersticial inicial, u_0 . Asumiendo que los cambios de u' en todo el dominio (términos fuera de paréntesis en la expresión anterior) son de orden de magnitud unidad, los coeficientes de los términos de la ecuación, cuya unidad de medida es la inversa del tiempo, son del mismo orden de magnitud. A partir de esta ecuación de gobierno, junto con la condición de contorno correspondiente a la mecha drenante, se forman los siguientes grupos adimensionales que rigen la solución del problema:

$$\pi_1 = \left(\frac{t c_{v,z}}{H^2}\right), \quad \pi_2 = \left(\frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2}\right), \quad \pi_3 = \left(\frac{a}{b}\right), \quad \pi_4 = \left(\frac{c}{a}\right), \quad \pi_5 = \left(\frac{d}{H}\right)$$

La forma adimensional de cualquier incógnita de interés (por ejemplo el tiempo característico de consolidación, t_0) dependerá forzosamente de los grupos π_2, π_3, π_4 y π_5 . Si definimos

$$\pi_{1,t_0} = \left(\frac{t_0 c_{v,z}}{H^2}\right)$$

la solución es

$$\pi_{1,t_0} = f(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5)$$

o bien

$$t_0 = \left(\frac{H^2}{c_{v,z}}\right) f\left(\frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2}, \frac{a}{b}, \frac{c}{a}, \frac{d}{H}\right)$$

Eventualmente, si se trata de una incógnita dependiente del tiempo (como el grado medio de consolidación, \bar{U}) también dependerá del grupo π_1

$$\bar{U}(t) = \psi\left\{\left(\frac{t c_{v,z}}{H^2}, \frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2}, \frac{a}{b}, \frac{c}{a}, \frac{d}{H}\right)\right\}$$

o alternativamente del grupo π_{1,t_0}

$$\bar{U}(t) = \psi\left\{\left(\frac{t}{t_0}, \frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2}, \frac{a}{b}, \frac{c}{a}, \frac{d}{H}\right)\right\}$$

y si se trata de una incógnita dependiente del tiempo y de la posición (como el grado local de consolidación, U) dependerá de los monomios $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5$ y de las coordenadas adimensionales z', x' e y' . Así,

$$U(x, y, z, t) = \psi \left\{ \left(\frac{t c_{v,z}}{H^2}, \frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2}, \frac{a}{b}, \frac{c}{a}, \frac{d}{H}, \frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{H} \right) \right\}$$

o alternativamente

$$U(x, y, z, t) = \psi \left\{ \left(\frac{t}{t_0}, \frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2}, \frac{a}{b}, \frac{c}{a}, \frac{d}{H}, \frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{H} \right) \right\}$$

A la vista de las expresiones anteriores, vemos como cualquier variable que deseemos representar gráficamente depende de un elevado número de monomios (t_0 depende de 4, \bar{U} de 5 y U de 8), lo cual hace prácticamente inabordable la representación de unos ábacos universales que nos aporten las soluciones deseadas en función de todos los posibles cambios de estos grupos. No obstante, y como ejemplo de la utilidad y sencillez de aplicación del método de adimensionalización empleado, representaremos una familia de ábacos para unos determinados valores de ciertos monomios que habitualmente se dan en ingeniería civil. Así, por ejemplo, supondremos que $2a=2b$ (disposición en planta en cuadrados, lo cual implica la mayor densidad posible de mechas por superficie de terreno); también, es habitual que las mechas tengan 10 cm de ancho, siendo colocadas en la mayor parte de los casos cada 1.5 o 2 m. Por tanto, si adoptamos $2a = 2 \text{ m}$, del lado de la seguridad, y $2c = 0.1 \text{ m}$, entonces $c/a = 0.05$. En cuanto a la profundidad de la mecha, vamos a suponer que la mecha penetra hasta $d = [H/4, H/2, H]$ (mecha penetrante un 25%, un 50% y totalmente penetrante, respectivamente). De esta manera, los monomios quedan:

$$\pi_{1,t_0} = \left(\frac{t_0 c_{v,z}}{H^2} \right), \quad \pi_2 = \left(\frac{c_{v,z} a^2}{c_{v,h} H^2} \right), \quad \pi_3 = 1, \quad \pi_4 = \frac{1}{20}, \quad \pi_5 = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1 \right)$$

De esta forma, t_0 dependerá del monomio π_2 (que relaciona los coeficientes de consolidación vertical y horizontal, la separación entre mechas y el espesor de la capa de suelo) y de cada uno de los tres valores que adopta π_5 , mientras que \bar{U} dependerá adicionalmente del tiempo adimensional (bien representado por π_1 , bien por t/t_0).

En las Figuras 3.57 a 3.59 se representan los ábacos de \bar{U} en función de π_1 (letra a), π_{1,t_0} en función de π_2 (letra b) y \bar{U} en función de $t' = t/t_0$ (letra c) para los valores de $\pi_5 = [1, 0.5, 0.25]$, respectivamente.

A la vista de los resultados obtenidos, se comprueba que al aumentar el valor del monomio π_5 (d/H) baja el valor de π_{1,t_0} , para los casos de π_2 bajos (siendo, además, mayor el intervalo de variación de π_{1,t_0} conforme aumenta π_5), mientras que para π_2 altos se llega a un valor asintótico de $\pi_{1,t_0} = 1.025$ en todos los casos (≈ 1), independientemente del valor del grupo π_5 (Figuras 3.57.b, 3.58.b y 3.59.b). Físicamente, esto es bastante sencillo de entender ya que el monomio de π_2 tome valores altos, por ejemplo, por encima de 4, implica que por las características del suelo ($c_{v,z}$, $c_{v,h}$, H y a) el flujo es predominantemente 1-D vertical. Si, además, hacemos π_5 más pequeño, lo cual significa que la mecha drenante penetra solamente hasta una pequeña profundidad del dominio, estamos minimizando el

drenaje horizontal y, por lo tanto, nos acercamos a un flujo predominantemente 1-D vertical (con lo cual el tiempo característico permanece invariante frente a la variación de uno de estos 2 monomios). Estas mismas dependencias se reflejan también en las curvas para el grado medio de consolidación en función del factor de tiempo (Figuras 3.57.a, 3.58.a y 3.59.a). Para aquellos escenarios donde π_2 toma valores altos, el grado medio de consolidación se muestra invariante frente a π_5 , mientras que para valores pequeños de π_2 el grado medio de consolidación es mayor conforme la mecha penetra más en el terreno (π_5 creciente).

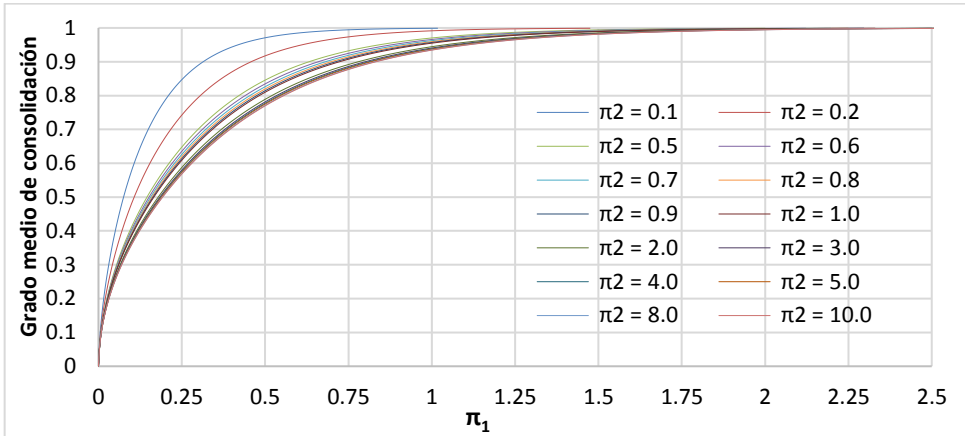


Figura 3.57.a Grado medio de consolidación \bar{U} en función del factor de tiempo y de π_2 en dominios 3-D rectangulares con mechas drenantes. $a/b = 1$, $c/a = 0.05$ y $d/H = 1$

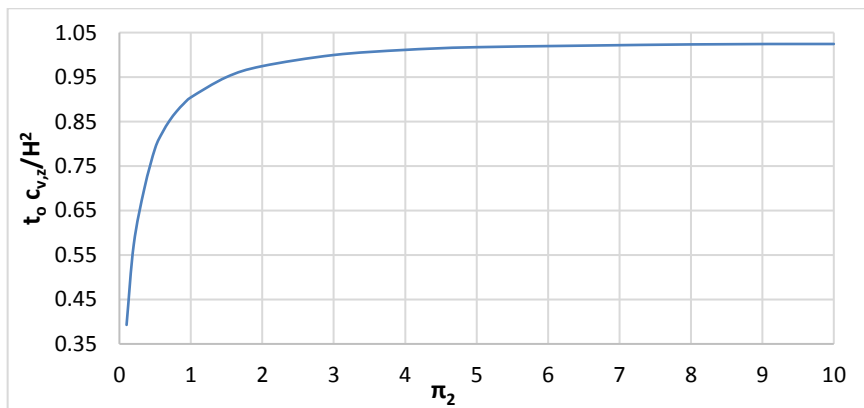


Figura 3.57.b π_1, t_0 en función de π_2 en dominios 3-D rectangulares con mechas drenantes. $a/b = 1$, $c/a = 0.05$ y $d/H = 1$

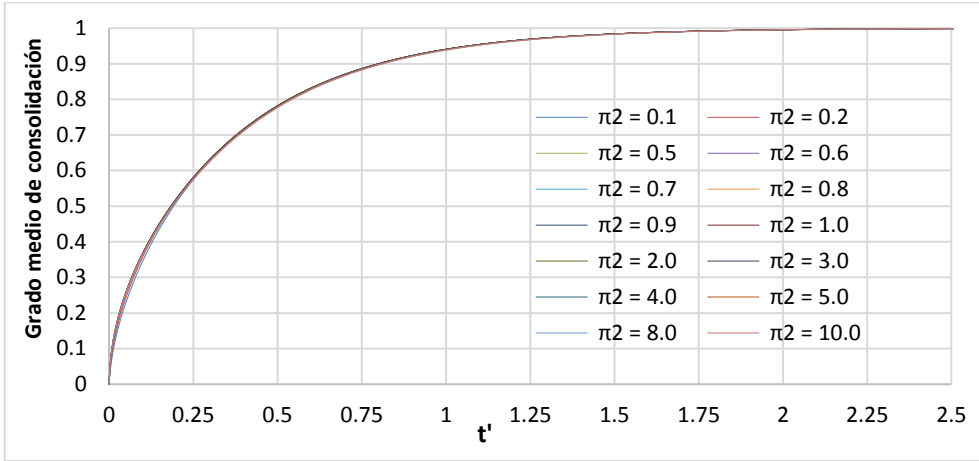


Figura 3.57.c Grado medio de consolidación \bar{U} en función de t' y de π_2 en dominios 3-D rectangulares con mechas drenantes. $a/b = 1$, $c/a = 0.05$ y $d/H = 1$

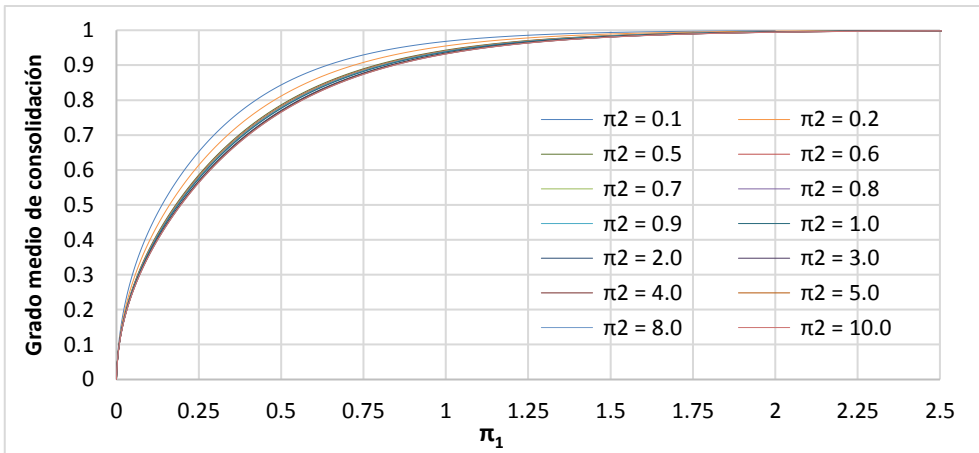


Figura 3.58.a Grado medio de consolidación \bar{U} en función del factor de tiempo π_1 y de π_2 en dominios 3-D rectangulares con mechas drenantes. $a/b = 1$, $c/a = 0.05$ y $d/H = 0.5$

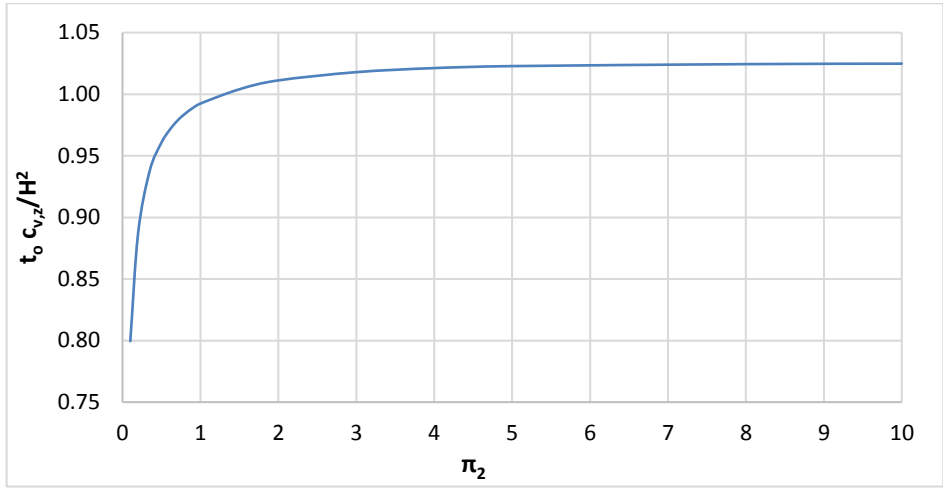


Figura 3.58.b π_1, t_o en función de π_2 en dominios 3-D rectangulares con mechas drenantes.

$a/b = 1$, $c/a = 0.05$ y $d/H = 0.5$

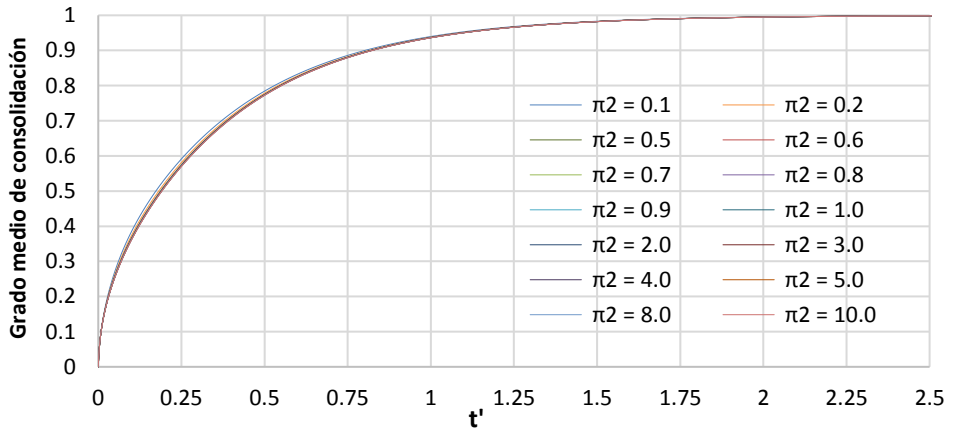


Figura 3.58.c Grado medio de consolidación \bar{U} en función de t' y de π_2 en dominios 3-D rectangulares con mechas drenantes. $a/b = 1$, $c/a = 0.05$ y $d/H = 0.5$

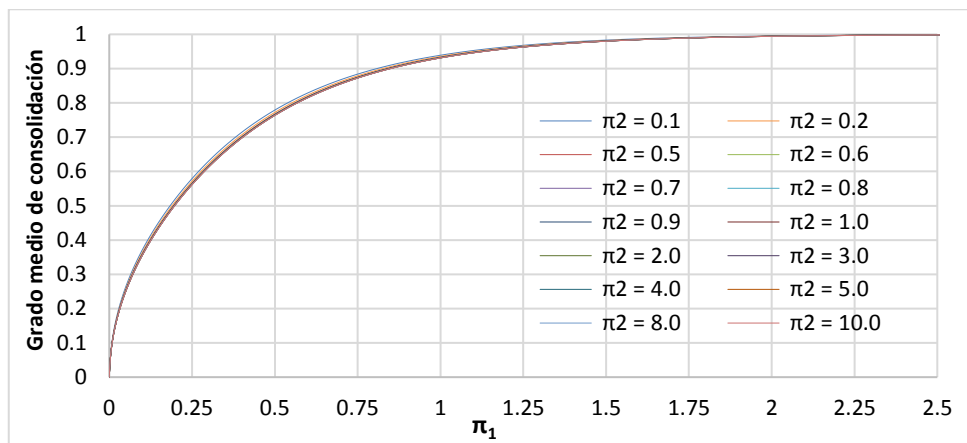


Figura 3.59.a Grado medio de consolidación \bar{U} en función del factor de tiempo y de π_2 en dominios 3-D rectangulares con mechas drenantes. $a/b = 1$, $c/a = 0.05$ y $d/H = 0.25$

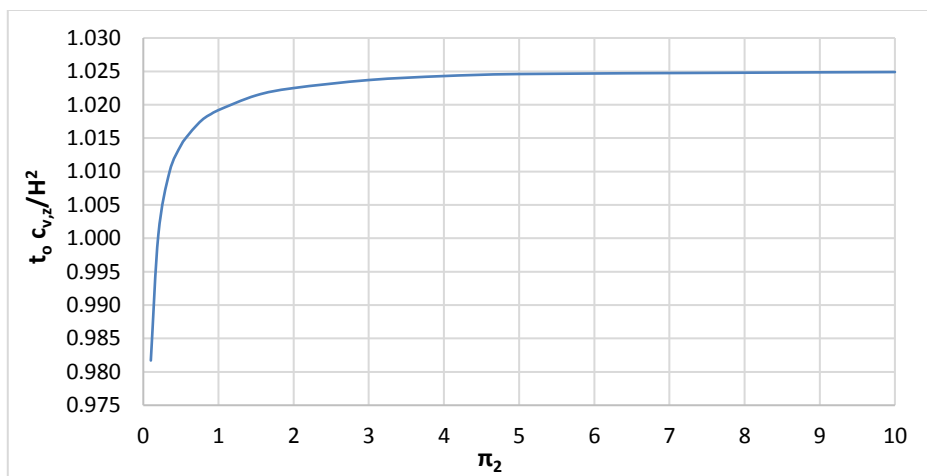


Figura 3.59.b π_1, t_0 en función de π_2 en dominios 3-D rectangulares con mechas drenantes. $a/b = 1$, $c/a = 0.05$ y $d/H = 0.25$

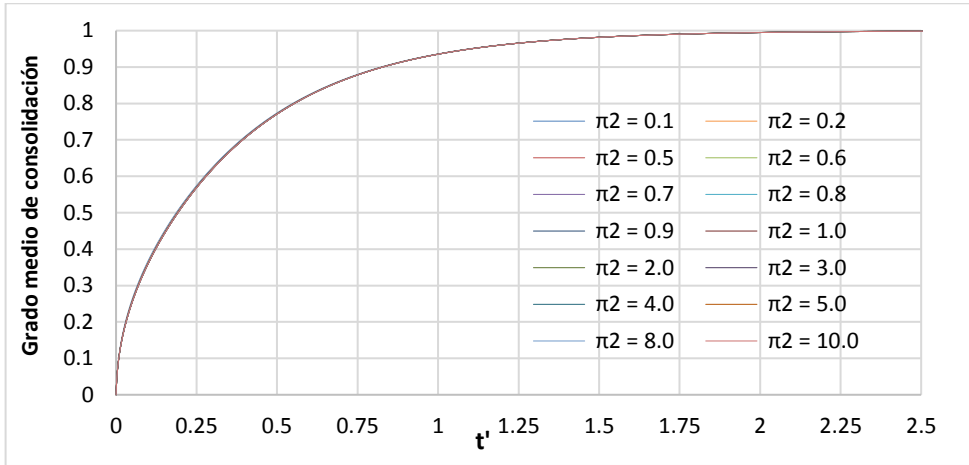


Figura 3.59.c Grado medio de consolidación \bar{U} en función de t' y de π_2 en dominios 3-D rectangulares con mechas drenantes. $a/b = 1$, $c/a = 0.05$ y $d/H = 0.25$

Finalmente, en cuanto a las curvas del grado medio de consolidación en función de $t' = t/t_0$ (Figuras 3.57.c, 3.58.c y 3.59.c), se comprueba, al igual que para dominios 2-D, que el empleo de la adimensionalización discriminada (la aparición del monomio π_2 hace disminuir en uno el número de grupos adimensionales independientes de los que dependerá cualquier variable asociada al problema) junto con la definición del tiempo característico y la posterior adimensionalización del tiempo con esta referencia da lugar a unas curvas universales del grado medio de consolidación mucho más precisas donde, además de depender de un parámetro o grupo adimensional menos ($'c_{v,z}a^2/c_{v,h}H^2'$ en lugar de $'c_{v,z}/c_{v,h}'$ y $'a/H'$), las curvas presentan una mayor coherencia desde el punto de vista adimensional (ya que en este caso el tiempo adimensional también oscila también entre 0 y 1), hasta el punto de que una única curva (correspondiente al valor de $\pi_2 = 10$, del lado de la seguridad) del grado medio de consolidación respecto de t/t_0 serviría para representar todos aquellos escenarios en los que $a/b = 1$ y $c/a = 0.05$ (Figuras 3.60 y 3.61), con un error relativo que en el mayor de los casos no superaría el 5%.

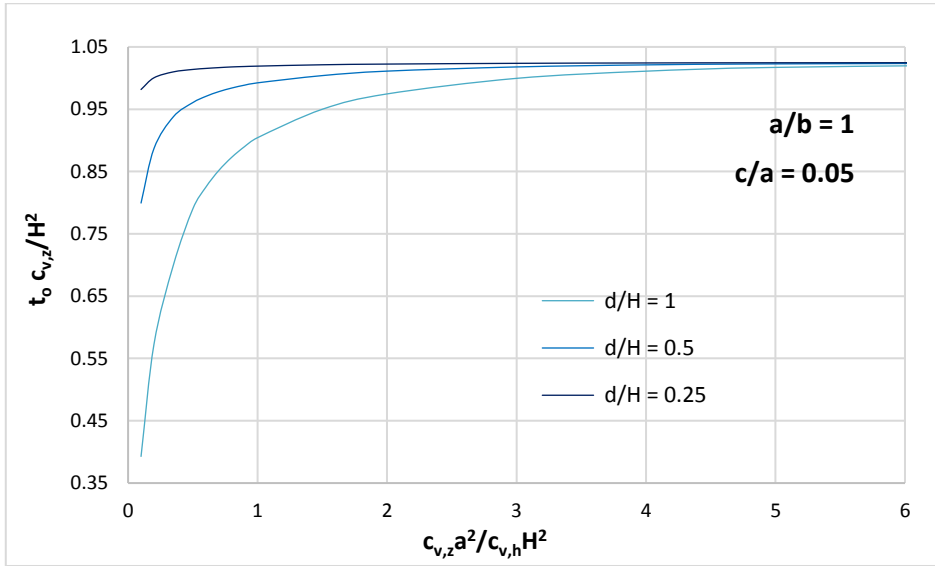


Figura 3.60 Ábaco para la obtención de t_0 en dominios 3-D rectangulares con mechas drenantes. Caso particular de $a/b = 1$, $c/a = 0.05$ y $d/H = [0.25, 0.5, 1]$

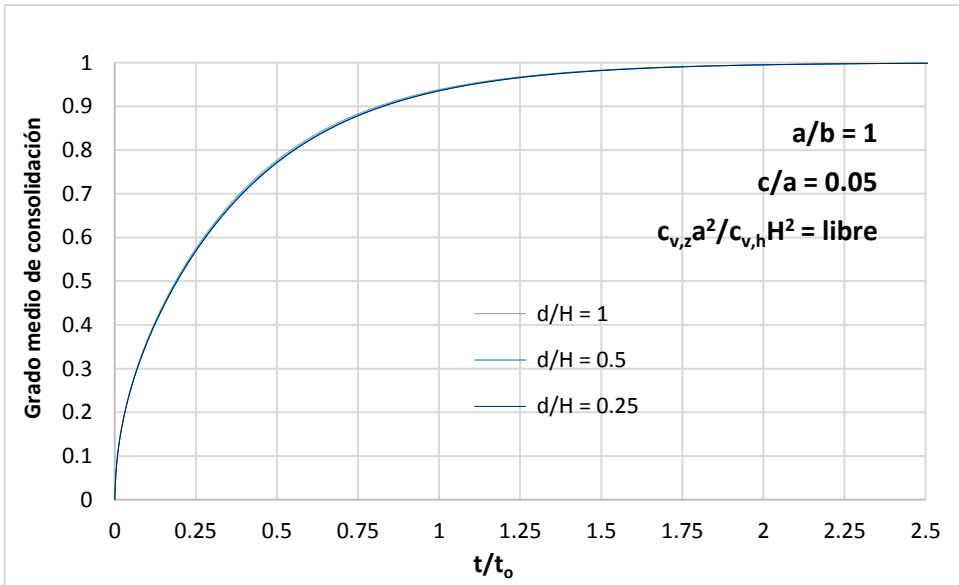


Figura 3.61 Grado medio de consolidación \bar{U} en función de t/t_0 en dominios 3-D rectangulares con mechas drenantes. Caso particular de $a/b = 1$, $c/a = 0.05$ y $d/H = [0.25, 0.5, 1]$. $c_{v,z}a^2/c_{v,h}H^2 = \text{libre}$

Grupos discriminados frente a grupos clásicos

Es importante remarcar que, en comparación con la adimensionalización discriminada, el procedimiento clásico conduce a resultados más pobres. Si una misma referencia, como hace el método clásico, es utilizada para hacer adimensionales las coordenadas horizontales y verticales, los valores de sus formas adimensionales y de sus derivadas no están acotados en el intervalo $[0, 1]$, sino sólo una de ellas. Esto elimina la propiedad de que los coeficientes de los términos de las ecuaciones de gobierno adimensionales tengan el mismo orden de magnitud (aunque se midan en las mismas unidades) y, consecuentemente, los grupos adimensionales finales no son del orden de magnitud unidad. Además, la adimensionalización clásica generalmente conduce a un elevado número de grupos adimensionales, particularmente en escenarios anisótropos, lo que supone unos resultados menos precisos como se ha dicho. Por ejemplo, en dominios 2-D cilíndricos, la solución para t_0 obtenida a partir de la adimensionalización clásica (que es la misma que procede del análisis dimensional) es

$$t_0 = \left(\frac{H^2}{c_{v,z}} \right) \psi \left(\frac{c_{v,z}}{c_{v,r}}, \frac{R}{r_{int}}, \frac{H}{R} \right)$$

mientras que para $\bar{U}(t)$

$$\bar{U}(t) = \psi \left\{ \left(\frac{t c_{v,z}}{H^2} \right), \left(\frac{c_{v,z}}{c_{v,r}} \right), \left(\frac{R}{r_{int}} \right), \left(\frac{H}{R} \right) \right\}$$

Nótese que mientras la relación R/r_{int} emerge tanto en la adimensionalización clásica como en la discriminada, las relaciones $c_{v,z}/c_{v,r}$ y H/R no son asumidas como adimensionales cuando se aplica la discriminación sino que estos cocientes se aglutinan en un nuevo grupo, $c_{v,z}R^2/c_{v,r}H^2$, que proporciona una especie de relación corregida de conductividades. Para dominios 1-D radiales, las soluciones anteriores se simplifican a otras menos precisas que aquellas que provienen de la discriminación:

$$t_0 = \left(\frac{H^2}{c_{v,z}} \right) \psi \left(\frac{R}{r_{int}}, \frac{H}{R} \right)$$

$$\bar{U}(t) = \psi \left\{ \left(\frac{t c_{v,z}}{H^2} \right), \left(\frac{R}{r_{int}} \right), \left(\frac{H}{R} \right) \right\}$$

Finalmente, en dominios rectangulares 2-D el método clásico conduce a las soluciones

$$t_0 = \left(\frac{H^2}{c_{v,z}} \right) \psi \left(\frac{c_{v,z}}{c_{v,x}}, \frac{H}{L} \right)$$

$$\bar{U}(t) = \psi \left\{ \left(\frac{t c_{v,z}}{H^2} \right), \left(\frac{c_{v,z}}{c_{v,x}} \right), \left(\frac{H}{L} \right) \right\}$$

donde todas las funciones dependen de un argumento más que las soluciones discriminadas.

Referencias

- Alhama, F. *Solución de problemas lineales y no lineales de transferencia de calor por el método de simulación por redes*. Tesis doctoral, Universidad de Murcia (1999)
- Alhama, F. y Madrid, C.N. *Análisis dimensional discriminado en mecánica de fluidos y transferencia de calor*. Ed. Reverté, Barcelona (2012)
- Arenas, A. *Análisis dimensional en la mecánica de fluidos y transmisión de calor*. Tesis Doctoral, Universidad de Madrid (1970)
- Atkinson, J. *The mechanics of soils and foundations*. Mc Graw-Hill (1993)
- Azizi, F. *Applied analysis in geotechnics*. E & FN Spon, New York (2000)
- Bég, O.A., Takhar, H.S., Zueco, J., Sajid, A. and Bhargava, R. Transient Couette flow in a rotating non-Darcian porous medium parallel plate configuration network simulation method solutions. *Acta Mechanica*, 200 (3-4), 129-144 (2008)
- Berry, P.L. and Reid, D. *An Introduction to Soil Mechanics*. McGraw-Hill, London (1987)
- Biot, M.A. General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, 12, 155-164 (1941)
- Bhushan, P. A rigorous graphical technique for predicting sub-harmonic injection locking in LC oscillators. *51st ACM/EDAC/IEEE Design Automation Conference (DAC)*, 1-8 (2014)
- Buckingham, E. On physically similar systems: illustrations of the use of dimensional equations. *Phys. Rev.*, 4 (4), 345-376 (1914)
- Cánovas, M., Alhama, I., Trigueros, E. and Alhama, F. Numerical simulation of Nusselt-Rayleigh correlation in Bénard cells. A solution based on the network simulation method. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 25 (5), 986-997 (2015). Permanent link to this document: <http://dx.doi.org/10.1108/HFF-09-2014-0282>
- Castro, E., García-Hernández, M.T. and Gallego, A. Transversal waves in beams via the network simulation method. *Journal of Sound and Vibration*, 283(3), 997-1013 (2005)
- Di Francesco, R. Exact Solution of Terzaghi's Consolidation Equation and Extension to Two/Three-Dimensional Cases. *Applied Mathematics*, 4, 713-717 (2013)
- baron Fourier, J. B. J. *Oeuvres de Fourier*. Gauthier-Villars (1888)
- García-Ros, G., *Caracterización adimensional y simulación numérica de procesos lineales y no lineales de consolidación de suelos*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cartagena (2016)

- Gibbings, J.C. *Dimensional Analysis*. UK: Springer-Verlag London Limited (2011)
- Gilmore, R. *Dimensional analysis*. Manuscript/dimensinal13/tex on October 12 (2004)
- González-Fernández, C.F. *Applications of the network simulation method to transport processes, in Network Simulation Method*. Ed. J. Horno, Research Signpost, Trivandrum, India (2002)
- Herranz, A. y Arenas, A. *Análisis dimensional y sus aplicaciones. I Fundamentos de Análisis dimensional. II Aplicaciones a Mecánica de fluidos. III Aplicaciones a Transmisión del calor*. Diego Marín (1989)
- Herranz, A. y Arenas, A. *Análisis dimensional y sus aplicaciones. Vol IV. Geometría física*. Diego Marín (2003)
- Huntley, H.E. *Dimensional Analysis*. London: McDonald (1952)
- Juárez-Badillo E. y Rico Rodríguez, A. *Mecánica de suelos*, (Tomo I). Limusa, México D.F. (2001)
- Lambe, T. W. and Withman, R. V. *Soil Mechanics, SI version*. Ed. Wiley, New York (1979)
- Madrid, C.N. and Alhama, F. Discriminated dimensional analysis of the energy equation: application to laminar forced convection along a flat plate. *International Journal of Thermal Sciences*, 44 (4), 333-341 (2005)
- Madrid, C.N. and Alhama, F. Study of the laminar natural convection problem along an isothermal vertical plate based on discriminated dimensional analysis. *Chemical Engineering Communications*, 195 (12), 1524-1537 (2008)
- Marín, F., Alhama, F. and Moreno, J.A. Modelling of stick-slip behavior with different hypotheses on friction forces. *International Journal of Engineering Science*, 60, 13-24 (2012)
- Martynenko, O.G. and Khramtsov, P.P. *Free-Convective heat transfer*. Berlin: Springer (2005)
- Matlab. Version 8.5.1. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc. (2015)
- Mills, A.T. *Basic heat and mass transfer*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA (1995)
- Morales-Guerrero, J.L., Moreno-Nicolás, J.A. and Alhama, F. Application of the network method to simulate elastostatic problems defined by potential functions. Applications to axisymmetrical hollow bodies. *International Journal of Computer Mathematics*, 89(13-14), 1781-1793(2012)
- Muir Wood, D. *Soils Mechanics (A one-dimensional introduction)*. Cambridge (2009)
- Nagel, L.W. *SPICE2: A computer program to simulate semiconductor circuits*. ERL Memo.ERL-M520. Electronic Research Laboratory, University of California, Berkeley (1975)
- Nenzi, P. and Vogt, H. *Ngspice Users Manual Version 26* (Describes ngspice-26 release version) (2014)

- Ngspice – Open Source mixed mode, mixed level circuit simulator (based on Berkeley's Spice3f5).
<http://ngspice.sourceforge.net/> (2016)
- Palacios, J. F. *Análisis dimensional*. Espasa-Calpe, Madrid (1955)
- Palacios, J. F. *Dimensional Analysis*. MacMillan & Co. Ltd. New York. St Martin's Press (1964)
- Potter, M.C. and Wiggert, D C. *Mechanics of fluids*, 2nd ed. Prentice Hall. New Jersey (1997)
- Price, J.F. *Dimensional analysis of models and data sets*. Am. J. Phys. 71 (5) 437-447 (2003)
- Prieto, J.I., Fano, J., Díaz, R and González, M.A. *Application of discriminated dimensional analysis to the kinematic Stirling engine*. Proc. Instn. Mech. Engrs. (PartC): J. of Mathematical Engineering Science, 208, pp. 347-353 (1994)
- Pspice. 6.0. Microsim Corporation, 20 Fairbanks, Irvine, California 92718 (1994)
- Runge, C. *Enc. Math. Wiss.*, (5,1). London (1952)
- Sagaseta, C., Cañizal, J., y da Costa, A. *Geotecnia I. Propiedades del Terreno*. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander (2007)
- San Juan, R. *Teoría de las magnitudes físicas y sus fundamentos algebraicos*. Real Academia de Ciencias. Madrid. 39 (1945); 11-40, 137-184, 423-461 (1946)
- Sánchez, J.F., Alhama, F. and Moreno, J.A. An efficient and reliable model based on network method to simulate CO₂ corrosion with protective iron carbonate films. *Computers and Chemical Engineering*, 39, 57–64 (2012)
- Scott, R.F. *Principles of Soils Mechanics*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts (1963)
- Sedov, L.I. *Dimensional and similarity methods in mechanics*. Academic Press, New York (1960)
- SICOMED_3D ('Simulación de consolidación con mechas drenantes'). García-Ros, Alhama, I. y Sánchez Pérez, J. F. © UPCT. (2017)
- Sonin, A.A. *The Physical Basis of Dimensional Analysis*. Cambridge, MA: Department of Mechanical Engineering, MIT (1992)
- Taylor, D.W. *Fundamentals of Soil Mechanics*. Ed. Wiley, New York (1948)
- Taylor, D.W. *Fundamentals of soil mechanics*. Wiley International Edition, New York (1984)
- Terzaghi K. Die Berechnung der Durchlässigkeitszifferdes tones aus dem verlauf der hydrodynamischen spannungserscheinungen. *Akademie der Wissenschaften in Wien*, Technical report II a, 132 N 3/4, 125-138. Sitzungsberichte Mathnaturwiss Klasse Abt (1923)

Terzaghi K. *Theoretical Soil Mechanics*. Ed. Wiley, New York (1943)

Terzaghi, K., Peck, R.B. and Mesri, G. *Soil Mechanics in engineering practice*. John Wiley and Sons, New York (1996)

Williams, W. On the Relation of the Dimensions of Physical quantities to Directions in Space, *Phil. Mag.*, 34 (1892)